

新课标视域下“整数乘法”整体设计的分析与实践

付凯程

江苏省苏州市金阊新城实验小学

摘要：《义务教育数学课程标准（2022年版）》中指出：核心素养是在长期的教学过程中逐渐形成的，具有整体性、一致性和阶段性。整数乘法是中年级学生学习的重要知识，其算法和算理具有一定的可迁移性，因此本文希望通过关注“整数乘法”的整体架构设计，从而让学生会用整体、联系、发展的眼光来观察世界，会用数学思维来说明算法和算理。

关键词：整数乘法；整体设计；算法；算理

【DOI】 10.12252/j.issn.2096-6261.2023.01.070

“运算能力”主要是指根据法则和运算律进行正确运算的能力。小学阶段的运算包含很多内容，从整数计算到整数四则混合运算再到小数、分数四则混合运算，学段之间的内容相互关联，螺旋上升，逐段递进。中年级的整数乘法在小学阶段的计算中处在承上启下的位置，知识之间具备紧密的联系，能够实现从已知的知识向未知进行转化地目标，从而提升学生的运算能力。

一、重视教学内容的整体分析

教学内容是落实课程目标，发展学生数学核心思维的有效载体。教师应重视对教学内容的整体分析，了解数学知识的产生与来源、数学知识的结构和关联、数学知识的价值与意义。于是我们将教材对课时教学内容相关知识体系的编排看作整体，从整体视角审视课时教学内容的地位和作用以及与前后知识内容的联系，理清知识的生长点和延伸点，现将小学阶段整数乘法相关内容整理如下：

二年级上册：表内乘法

三年级上册：

口算	整十、整百数乘一位数的口算
	两位数乘一位数的口算
笔算	两、三位数乘一位数（不进位）
	两、三位数乘一位数（进位）
	两、三位数乘一位数（连续进位）
	乘数中间、末尾有0的乘法

三年级下册：

口算	两位数乘两位数的口算
笔算	两位数乘两位数（不进位）
	两位数乘两位数（进位）
	乘数末尾有0的乘法

四年级下册：三位数乘两位数。

通过小学阶段整数乘法的整理和归纳发现，整数乘法的计算主要集中在三年级，并且开始系统接触整数乘法（笔算）。二年级，学生借助小棒计算表内乘法；三

年级上册两位数乘一位数同样也是借助小棒理解算理；但三年级下册的两位数乘两位数却借助情境图来帮助学生理解算理；而四年级下册中三位数乘两位数则是直接尝试竖式计算。在新课标关于核心素养的形成和发展上，这样的教学安排显然不能够体现计算的整体性和一致性，因此需要我们深入去思考：到底从哪一方面入手才能对整数乘法进行整体性设计？计算不只是掌握算法，更在于理清算理，通常我们习惯借助小棒来理解算理，也就是我们的“形”，显然“形”能支撑我们的思维理解，但到了三年级下册所谓的“形”却不见了。事实上，不管是两位数乘一位数，还是两位数乘两位数，我们都可以考虑从“数形结合”的角度进行整体思考。

二、数学结合思想方法在整数乘法的整体设计

数形结合思想就是通过数和形之间的对应关系和相互转化来解决问题的思想方法。数学家华罗庚曾经说过：“数缺形时少直觉，形少数时难入微。”这句话深刻地揭示了数形结合地重要性。数学结合的思想在小学数学应用中，更多体现的是“以形助数”。即借助图形来分析和理解计算中的问题。而对于整数乘法来说，借助数形结合的思想来理解算法和算理，无疑会让学生的思维过程更加形象化、具体化。

上文中提到，整数乘法经历了由借助摆小棒理解算理，体现数形结合的思想，再到利用情境图理解算理，最后直接列竖式计算，算理是不一致的，而数形结合的思想在整数计算中的应用是逐渐淡化的，甚至是缺失的，也不符合新课标中对于整体把握教学内容的理念——不仅要整体把握教学内容之间的关联，还要把握教学内容主线与相应核心素养发展之间的关联。

数形结合的思想是在平时的数学学习过程中逐渐形成和发展的。因此整体设计教学内容中的数学结合思想，鼓励学生感悟运算的一致性，从整体上理解和掌握

运算的算理和算法，认识到计算方法的共性，提升学生的运算能力和推理意识。考虑到教学的整体性与一致性，不妨在三年级学习“两位数乘一位数（不进位）”这节种子课的教学时就引入点子图来渗透数形结合的思想，如下图1：

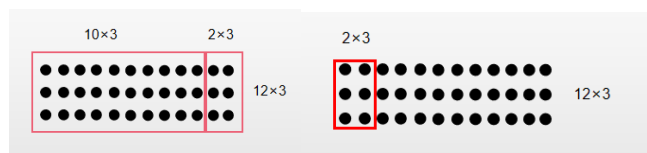


图 1

图 2

从点子图中我们仍然是把12分成10和2，先算 $10 \times 3 = 30$ ，再算 $2 \times 3 = 6$ ，最后把两部分加起来等于36。当然这仅仅是一种方法，其他学生可能还会利用点子图尝试不一样的计算方法，如图2：先算 $2 \times 3 = 6$ ，再算 $6 \times 6 = 36$ ，让学生充分感受算法多样性。

学生在三年级下册学习两位数乘两位数 24×12 时，学生很容易列出算式，并且能够根据教材中所给的情境图去解释算式的算理。对于两位数乘两位数来说摆小棒实在太麻烦，且不容易看出数量之间的关系。那有没有一种方式既能够让算理说清，还能使教学设计体现整体性和一致性呢？当然有，仍然是点子图。当教师出示例题后，可以让学生在准备好的点子图来圈一圈算出正确答案。受之前点子图学习的迁移影响，学生会将点子图进行划分，并列出如下算式。

预设1：先算 $24 \times 2 = 48$ ，再算 $24 \times 10 = 240$ ，最后算 $48 + 240 = 288$ ；

预设2：先算 $24 \times 6 = 144$ ，再算 $144 \times 2 = 288$ ；

当然学生可能还会有别的方法。虽然方法各不相同，但是同学们能够在同学们的交流过程中体会到这些想法的共性：都是把两位数乘两位数转化成我们之前学过的知识进行计算。初步感悟从未知到已知，体会转化的思想。

正是有了三年级上册点子图的铺垫，因此在学习两位数乘两位数这节课中，学生更容易借助点子图模型，让算理“看得见”，让思维的过程也更“说得清”，充分感悟了数形结合的思想，其优势相比之前的情境图就更加明显了。

而四年级学习三位数乘两位数时，学生会更自然地想到用点子图去理解算理，但问题也随之而来，三位数乘两位数动辄就是几千个点，这样的模型太过累赘。也正因为如此，才使得我们进一步升华数学模型，即把点

子图变成长方形去思考，利用长方形的面积对乘法计算中的每一步做出解释。

至此，我们利用点子图这很好的解决了两三位数乘一位数和两位数乘两位数。而在三位数乘两位数中，点子图进一步得到了升华，学生通过这两年整数乘法的学习，深切地感受到运算的整体性和一致性，也在这阶段的学习中给学生沉浸式的渗透了数学结合的思想，将未知的知识转化为已知的知识来解决。

三、整体构架知识的结构和关联，感悟从未知到已知的转化

《三位数乘两位数》是苏教版小学数学四年级下册的教学内容，同时也是整个义务教育阶段整数乘法的最后一节课，其地位的重要性不言而喻。三位数乘两位数是在学生学过了两三位数乘一位数以及两位数乘两位数的基础上进行教学的，属于新授课，同时也是一节练习课，更是整数乘法的总结课。通过课前的调查发现：几乎有70%的同学在学习这节课之前已经能够列出竖式并正确计算出 128×16 的结果。面对大部分学生“不教而会”的状况，我们应该思考以下问题：这节课的重点是不是仅仅在于掌握三位数乘两位数的算法和算理上？为什么以后现在不再学习整数乘法了？学生在学习完这节课之后对思维又会有哪些新的启发？基于对以上问题的思考，我们需要对教学内容做出整体架构，让学生了解数学知识的结构和关联，体会不同教学内容之间的一致性与可迁移性，从而感悟从未知到已知的转化。

（一）设计情境，回顾梳理

1. 课件出示例题。

师：仔细观察这些算式，哪些是我们已经学过的，也是你会算的？

（生： 236×5 和 18×12 。）

师：是的，这两道算式是我们已经学过的三位数乘一位数以及两位数乘两位数。请同学们在答题纸上完成计算。

2. 利用点子图回忆两位数乘两位数的算法和算理。

师：谁能说一说 18×12 的计算过程？你会利用点子图说一说每一步代表的意义吗？

生：先算2个18，得到36个一，再算10个18得18个10，最后把两部分合起来就是 18×12 的积。

追问：8为什么写在十位上？

生： 18×10 表示18个十，因此写在十位上。

[说明：借助点子图不仅能帮助学生快速回忆起两

位数乘两位数的计算方法，更重要的是学生能够借助数形结合去解释了竖式计算过程中每一步或者每个数所表示的意义，将算理说得更清楚，同时看的也更直观。为接下来三位数乘两位数的学习做好知识铺垫。]

（二）探究新知，理解算理

1. 尝试计算三位数乘两位数

师：小高层楼一共住多少户？你会列式计算吗，请你尝试计算并交流。

提问：刚才我们在复习两位数乘两位数计算的时候利用点子图理解了算理，现在的 128×16 还可以用点子图来表示吗？（生：可以。）

课件出示 128×16 的点子图，密密麻麻。于是课件出示把点子图转变成长方形的过程。

师：你会用这个长方形的面积来表示 128×16 的计算过程吗？请你在学习单上进行自主操作。

生：我把长方形的宽16分成10和6。先算 128×6 的积，再算 128×10 的积。在长方形上来看，就是这两部分小长方形面积，再把它们合起来就是 128×16 的积。

[说明：由之前的点子图过渡到今天的用长方形来表示三位数乘两位数，进一步理解计算的算理，也让学生更直观地感受到其实三位数乘两位数的计算方法和两位数乘两位数是一致的，利用长方形的面积不仅是数学结合思想的一次质的跨越，更是为接下来学习乘法分配律建立数学模型，更好地实现以形助数。]

2. 感悟新旧知识之间的联系

师：三位数乘两位数是我们要学习的新知识，怎么大家还没学过就已经会做了？

生：从刚才的长方形面积模型中可以看到，今天学习的三位数乘两位数与两位数乘两位数的计算方法相同。

[说明：“怎么还没学大家就已经会做了？”通过这一不同寻常的提问，让学生根据长方形的模型去思考和沟通知识之间的联系，从知识的整体性上给出问题的答案。]

3. 巩固练习

计算 312×12 和 209×18

说明：及时的练习让学生进一步巩固三位数乘两位

数的计算方法。

4. 理解竖式计算的发展历史

课件展示竖式计算的发展历史

[说明：竖式计算不是一开始就是我们现在所看到的样子，而是经过历史的演变和简化之后得到的，让学生进一步感受现在乘法竖式的算法和算例，同时也感受到数学乘法的悠久历史。]

（三）建立体系

回顾：同学们，前面我们学习了表内乘法、两、三位数乘一位数、两位数乘两位数，今天还学习了三位数乘两位数。都是借助点子图这一基本模型来帮助我们理解，猜猜看今后我们还会学习几位数乘几位数。

生：三位数乘三位数、四位数乘两位数等。

师：小学阶段，三位数乘两位数已经是整数乘法的最后一课，以后都不再学了，你知道这是为什么吗？

生：他们的计算方法都是一样的，只不过是数字变多了，步骤变多了而已，计算的方法和算理并没有变。

[说明：通过提出疑问“为什么以后都不在学习整数乘法了？”让学生利用过去、现在的知识去理解未来的知识，即计算方法和道理都是一样的，因此不需要再学习了。]

本篇文章我们从整数乘法教学内容进行了整体分析，找到了突破口，利用点子图这一基础模型对“整数乘法”做了整体性的设计，当然我们在三位数乘两位数的学习中对点子图进行了升级，但长方形的其本质仍然是点子图，也很好地渗透了数形结合的思想，让学生能将自己的想法结合形表示出来，从而让思维过程说得清。同时作为整数乘法地最后一节课，三位数乘两位数同样也进行了整体建构，在学生明白算法和算理的基础上，借助于知识的生长点，让学生充分感悟从未知到已知的转化。

参考文献

[1]王永春. 小学数学与数学思想方法[M]. 上海: 华东师范大学出版社, 2014. 7

[2]孙晓天, 张丹. 义务教育课程标准(2022年版)课例式解读[M]. 北京: 教育科学出版社, 2022. 6. 7

[3]徐斌. 核心素养视域下得数学整体知识教学[J]. 小学数学参考, 2022, (7): 8-10.

[4]慕振亮. “三位数乘两位数的笔算”教学实践与思考[J]. 小学数学教育, 2019, (7-8): 89、90、114.