

# 单元知识重整，助推单元整体教学

## ——以《运算中的交换律》为例

章怡

江苏省常熟市大义中心小学

**摘要：**“运算律”在代数中具有普遍的意义，贯穿于数学教学的始终。这几个看似简单的运算律，却让教师在教学中异常“头疼”。引导学生理清思路，学好运算律是教师的一大挑战。单元整体教学，就是改变以课时将单元割裂开的传统思维，紧抓单元知识间的内在联系，聚焦相似模型，将其重新规划、整合设计，着眼学生能力的发展，实现数学学科的育人价值。

**关键词：**单元课时整合；单元整体教学；运算律

【DOI】10.12252/j.issn.2096-6261.2023.07.099

《义务教育数学课程标准（2022年版）》指出：“改变过于注重以课时为单位的教学设计，推荐单元整体教学设计，体现数学知识之间的内在逻辑关系……<sup>[1]</sup>”单元整体教学，就是改变以课时将单元割裂开的传统思维，把一个单元看成一个相对完整的学习整体，紧抓单元知识间的内在联系，聚焦相似模型，将其重新规划、整合设计，着眼学生能力发展，教得简约，学得深刻，促进学生数学核心素养的提升，实现数学学科的育人价值。

“运算律”是四则运算中极其重要的性质<sup>[2]</sup>。在小学阶段，运算律对自然数、小数、分数都适用，是一种通用的运算法则。对于初高中的有理数、实数乃至于复数，运算律也同样适用，足见其在代数中具有普遍的意义。因此，小学阶段，整数运算律的学习一定要夯实基础。教师在教学整数、小数、分数四则运算中多次教学运算律，一而再再而三地强调巩固，可学生在运用时却仍张冠李戴、错误百出。这不能不引起笔者的思考：运算律到底应该怎么教？通过分析学生的错题，笔者发现学生对运算律的结构特征和数据特征认识模糊。基于以上背景，笔者仔细研读教材，紧抓单元知识的内在联系，调整教学内容，将知识内在的逻辑结构转向学生内

在的认知结构，将其重新整合。下面就以“运算律”单元的教学为例，谈谈如何进行单元知识重整，助推单元整体教学。

### 一、立足单元，多维对比，紧抓知识联系，单元知识重整

在小学阶段，运算律主要有“加法交换律”、“加法结合律”、“乘法交换律”“乘法结合律”“乘法分配律”“减法性质”和“除法性质”等。从一年级开始，这些运算律已经渗透在数学学习中，学生在学习加、减、乘、除时，就已在无意中运用过运算律。在“运算律”单元的整体教学，要基于学生原有的认知基础，将单元知识系统规划，整合设计，获得数学思想方法的提升。

史宁中教授指出：“破碎的知识点无法承载数学的基本思想，不利于形成和发展学生数学核心素养。所以，基于数学核心素养的数学教学，教学内容需要整体思考、教学活动需要整体设计。”研读教材时，笔者立足单元视角，与教材充分对话，对不同版本的教材进行横向、纵向的对比，多维地比较、解读，提升教材理解的宽度与广度，将三个主要版本的教材对“运算律”的编排进行了简单的梳理：

版本	课时1	课时2	课时3	课时4	课时5	课时6	课时7
人教版	加法交换律	加法交换律	在应用中体会加法中的简便运算	连续减两个数的简便计算方法	乘法交换律	乘法结合律	乘法分配律
苏教版	加法交换律和结合律	在应用中体会加法中的简便运算	乘法交换律	乘法结合律	乘法分配律第1课时	乘法分配律第2课时	
北师大版	加法交换律和乘法交换律	加法结合律	乘法结合律	乘法分配律第1课时	乘法分配律第2课时		

从表中可以看出，3个版本的教材编排各有异同，且对第一课时的定位各不相同，人教版教材是单一内容教学，苏教版和北师大版是把两种运算律放在同一课时教学。苏教版教材将加法交换律和加法结合律一起教学，聚焦的是同一种运算，旨在让学生理解不同运算律的知识结构，加法交换律是改变加数位置而和不变，加法结合律是改变运算顺序而和不变。在教学中发现，学完加法交换律后让学生马上学习加法结合律，容易造成学生对两者的结构特征和数据特征认识模糊。而北师大版教材则将加法交换律和乘法交换律放在一起教学，聚焦的是相似模型，相同结构。

此外，笔者还参考了新加坡数学教材中运算律的编排，其并不将眼光局限在某一种具体运算，不仅引导学生观察加法和乘法运算，发现其中的交换律，也让学生观察了不具交换性的减法和除法。通过这样全面充分的观察比较，学生能真正理解交换律只对加法和乘法适用，从更广阔的视角理解运算律。

数学是一门研究关系的学科，教师应用联系的眼光、系统的思维，从整体构建的角度来看待问题<sup>[3]</sup>。单元整体教学应着力于知识的系统化，通过对教材的整体研读，笔者认为运算律单元的五个运算律其实探讨的是数学运算中的几种关系：一是数字位置与运算结果的关系（加法交换律和乘法交换律），二是运算顺序与运算结果的关系（加法结合律和乘法结合律），三是运算过程与运算结果的关系（乘法分配律）。基于以上思考，笔者对运算律单元知识重新整合，将5个运算律按位置与结果、顺序与结果、过程与结果分为三大类组织单元整体教学。

## 二、研磨“种子课”，以问题引领组织教学

从单元整体着眼，五个运算律虽知识表现形态不同，但教学形态一致，有着内在的联系，且学生的学习方法类似。“加法交换律”在整个单元教学中具有基础性作用，将它作为“种子课”能有效地辐射数学知识，让学生在后续的单元学习中主动迁移，引导学生掌握方法。笔者根据对单元知识重新整合的设想，以《运算中的交换律》（即加法交换律和乘法交换律）为课题，完善教学设计，以问题为引领进行“种子课”教学。

设计教学时以“人骑马→马骑人”这类生活中交换会闹出的笑话导入，让学生思考数学中能否交换位置，

学生在轻松愉快的氛围中感受数学与生活的联系，再以“数学中位置改变，结果会怎样？”的核心问题引领，引导学生带着问题走入运算中的交换律，研究数学中位置和结果的关系。新授过程中以加法交换律为例，通过提出问题→反复举例验证→发现规律，总结得到加法交换律，并回忆以前学习中曾用到过的加法交换律：10的分与合及加法验算时交换加数的位置。新旧知识衔接，从“加法交换律是什么”到“加法交换律怎么用”，理论到实践的层层深入，帮助学生把点状、碎片化的知识连成“线”，逐步将加法交换律完整的知识结构展现在学生面前，清晰明了。

在经历加法交换律的学习过程后，乘法交换律作为相同结构自然迎刃而解了，再研究减法和除法中是否也有类似的运算律。这样的教学设计，改变了苏教版将加法交换律和加法结合律作为一课时教学的传统，将运算中的交换律作为思考的中心，以问题引领，引导学生选取简单易观察的算式，体会运算律“通则通法”的存在价值，将加、减、乘、除运算中位置与结果的关系逐一击破，建构起关于交换律的完整的知识网络，学生经历完整的解决问题的过程，对交换律的知识有了深入内化的理解，为之后相似模型的教学打下坚实的基础。

## 三、数形结合，助力学生把握运算本质

华罗庚曾说：“数源于数。”在教学《运算中的交换律》时，从加法的本质入手，选取如图1的简单的图形帮助学生理解加法交换律的本质。图1既能从左边数起， $3+4=7$ ；也能从右边数起， $4+3=7$ ，不管从哪边开始数，□的个数是不变的。教学乘法交换律只需增加□的行数（如图2），横着看，每行有4个，有3行；竖着看，每列有3个，有4列。不管横着看还是竖着看，实际上是一样的，□的总数不变。以形为辅，以形助思，可帮助学生理解运算中交换律的本质，把握交换律的数据特征。结合图形、实物等合适的学习素材，化抽象为直观，使学生有所思、有所感，初步建立起交换律的大致模型。在后续的教学，也可以选取合适的图形帮助学生把握运算的本质。

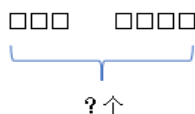


图1

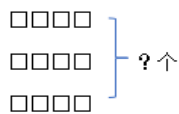


图2

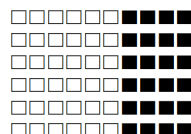


图3

乘法分配律涉及加法和乘法两种运算,不再像前四种运算律只涉及单一运算,其结构特征和数据特征更为复杂,在后面的数学学习中使用频率也更高,历来是本单元的重点和难点。学生通过之前的学习,已经掌握了解决问题的方法,能顺利完成这一运算律的探索过程,得到 $(a+b) \times c = a \times c + b \times c$ 这样的字母表达式。但在面对变式时往往束手无策,只会机械模仿。为避免这种现象,教学时应结合图形或生活素材(如图3),帮助学生理解其数据特征:不仅要有相同的因数 $c$ ,且 $a$ 和 $b$ 可以凑整。在学生充分理解其结构特征和数据特征的基础上,出现形如 $69 \times 101$ 、 $27 \times 99 + 27$ 、 $44 \times 105 - 44 \times 5 \dots$ 的变式,学生自然能顺利使用乘法分配律使计算简便。

图形的参与,充分考虑到了学生的思维水平和认知能力,将抽象的运算律具象化,从学生更易理解的角度将运算律的本质凸显出来,有助于学生把握运算本质,理清算理,提升后续对运算律的应用能力,提高学生的数学运算能力。

#### 四、深刻反思过程,助推单元整体教学

“种子课”的教学中,笔者将加法交换律和乘法交换律归纳为位置与结果的关系,以现实生活中交换位置会改变结果的生活经验诙谐引出数学中位置与结果的关系,可使学生带着强烈的求知欲思考数学中位置与结果的关系。新授部分选取简单易观察的算式,以问题引导,通过几个环环相扣的问题:“数学中位置改变,结果会怎样?”“这样的等式是否只有一个?还有没有其他等式?”“加法有交换律,那乘法有交换律吗?减法呢?除法呢?”“两个交换律有什么相同点和不同点?”“两者有什么用途?”引导学生自发地思考,主动解决问题。最后让学生自己提出延展问题,体现数学的生长,培养学生的思辨能力。

进行单元知识重整时,笔者将加法结合律和乘法结合律(含“减法性质”和“除法性质”)的内容整合为“运算中的结合律”一课,旨在让学生思考运算顺序与结果的关系。基于学生的已有知识,设计“又对又快”的比赛情境引入:① $27+34+16$  ② $42+15+85$  ③ $56+77+23$ 。“又对又快”的挑战能让学生主动去观察算式的结构特征和数据特征<sup>[4]</sup>,大部分学生是先将后两个数相加凑成一个整十或者整百数计算的,产生了

形如 $42+15+85=42+(15+85)$ 的等式。把单元知识转化为不同问题、任务,相机引导学生提出本课核心问题并组织讨论:能改变运算顺序先算后两个数的和吗?为什么?

接着,将核心问题进行拓展、细化,引导学生提出一个个具体的小问题:“除了加法有结合律,乘法有结合律吗?减法呢?除法呢?”“为什么改变减法和除法的运算顺序时需要改变符号?”“加法结合律和乘法结合律有什么相同点?又有什么不同点?”“加法结合律、乘法结合律有什么用途?”以问题主导,自主探究,循着“种子课”的足迹,引导学生深入探索运算顺序与结果的关系,在思辨中谋发展。

乘法分配律的教学,则让学生思考运算过程与结果的关系。学生经过“种子课”的教学,已经掌握了带着问题寻求解决方法的过程,经历提出问题→举例验证→发现规律的过程,能比较轻松地掌握相似模型的相同结构。

这样的单元整体教学,充分考虑学生的认知水平,以问题引领,以形促思,以“种子课”为筏,简教深学,让学生在认知结构里体会相似模型的相同结构,促进学生对教学内容的整体理解和把握,有助于学生更轻松愉快地掌握“运算律”。2022年版“新课标”的发布,对数学教师提出了更高的要求,也是一个崭新的挑战。变则通,只有改变,才能将“新课标”落到实处,有效提升学生数学核心素养,实现数学学科的育人价值。

#### 参考文献

- [1]中华人民共和国教育部制定.义务教育数学课程标准(2022年版)[M].北京:北京师范大学出版社,2022.
- [2]冯启磊,王斌,张迎春.基于PISA数学素养的问题情境设计与教学[J].中小学教材教学,2022(11):39-43.
- [3]李发光.一题多解 提升数学素养——以一道函数不等式证明题的教学为例[J].数理天地(高中版),2022(19):61-62.
- [4]陈赛平.打造“说理”课堂 提升数学素养[J].天津教育,2022(27):28-30.