

借助操作，让剩余合理

——以《有余数的除法》为例

樊玉凤

上林县大丰镇中心学校

摘要：《有余数的除法》是一篇介绍除法运算中余数概念的文章。文章从实际案例出发，解释了有余数除法的基本原理，并通过例题展示了如何处理除法运算中的余数。文章首先指出，在除法运算中，被除数可以被除数整除，也可以不能被整除。当被除数不能被除数整除时，就会产生余数。文章接着介绍了如何处理有余数的除法。在处理时，需要将商和余数一起表示出来。文章还强调了余数的一些性质。最后，文章通过一些例题展示了如何进行有余数的除法运算，这些例题涵盖了不同的情况，包括当被除数和除数都是整数时，以及当被除数或除数是分数时。总的来说，《有余数的除法》一文通过实例详细介绍了有余数除法的概念和运算方法，有助于读者更好地理解除法运算中的余数。

关键词：余数除法；教学方法；借助操作；剩余合理

【DOI】 10.12252/j.issn.2096-6261.2024.03.207

引言

在数学的世界中，除法是一种基础且重要的运算。它不仅仅是我们日常生活中不可或缺的技能，也是数学学习中的核心概念之一。当我们进行除法运算时，经常会遇到无法整除的情况，这就是所谓的“有余数的除法”。有余数的除法不仅在数学学习中出现，也在我们的现实生活中无处不在。比如，当我们把一些物品平均分给其他人时，可能会出现无法完全平均分配的情况。那么，如何处理这种有余数的除法呢？本文将以此《有余数的除法》为例，借助操作，让剩余合理，深入探讨有余数除法的原理和运算方法。希望通过本文，读者能更好地理解和掌握有余数的除法，让数学学习变得更加简单和有趣。

一、有余数的除法的概念

有余数的除法是指在整数除法中，被除数无法被除数整除，从而产生余数的情况。在这种除法中，余数的取值范围为0到被除数之间（不包括被除数）。例如，当我们将10分成5份时，每份为2，剩余0；而当我们将10分成3份时，每份为3，剩余1。有余数的除法在古代数学中就已经被认识到。例如，在中国古代，就已经有了辗转相除法，用它来进行大数的整除操作。在埃及、希腊等古代文明中也有相应的除法算法。随着数学的发展，有余数的除法概念逐渐得到了完善和扩展。在欧几里得学派中，有余数的除法被视为一种重要的算法，并被广泛应用于数论、代数等领域。欧几里得算法是现代数学中最为基础的算法之一，它不仅能够用于整数的除法，还能被推广到多项式、有理数、实数等数域上。随着高等数学和抽象代数等学科的发展，人们又进一步对

有余数的除法概念进行了扩展和抽象。例如，人们定义了模、同余等概念来描述除法的操作性质。模是数学中表示同余的符号，同余则是描述两个数的差是另一个数的倍数。这些数学概念为有余数的除法在更为抽象和广泛的数学领域中的应用打下了基础。

二、有余数的除法的计算方法

有余数的除法是小学数学中的一个重要概念，它涉及整数除法和小数除法的计算方法，比如下面这个是有关有余数的除法的基本计算步骤，首先确定除数和被除数，除数是要除以的数，被除数是要被除的数，进行整数除法计算。将除数除以被除数，得到商。商是整数部分，表示没有余数的部分。计算余数，用被除数减去商乘以除数，得到的差就是余数。余数总是比除数小。写出结果，将商和余数写在一起，通常格式为：“商……余数”，例如， $10 \div 3 = 3 \cdots 1$ ，表示10除以3得到商3，余数1。

三、注重学生的主体地位

在教学《有余数的除法》时，注重学生的主体地位意味着要让学生通过探索、操作和思考来理解有余数除法的概念，而不仅仅是被动接受老师的讲解。通过一个简单的日常生活中的例子来引发学生对有余数除法的好奇心，比如提问：“如果你有7个苹果，想要平均分给3个朋友，每个朋友会得到几个苹果，还剩下几个？”让学生通过实际操作来探索有余数除法。可以准备一些食物，如小棒、巧克力豆或其他学生喜欢的物品，让学生进行分拣和计数，引导学生尝试将物品平均分配，并记录下每次分配后剩余的数量。在学生进行探索活动后，组织小组讨论，让学生分享他们的发现和体会，引

引导学生思考：为什么会有剩余？剩余有什么意义？在实际生活中，如何处理剩余？在学生有了丰富的感知和经验的基础上，引入有余数除法的概念，通过具体例子，引导学生理解“除”、“余数”和“商”之间的关系，让学生尝试用数学符号来表达有余数的除法，例如用“ $a \div b = c \dots d$ ”来表示“a除以b得c余d”。提供不同难度的练习题，让学生自主完成，可以巩固他们对有余数除法的理解，使学生发现自己的问题，并解决。在学生完成练习后，给予及时的反馈，帮助学生纠正错误，加深理解，通过学生的表现和反馈，了解他们对有余数除法的掌握程度，并调整教学策略，这样学生不仅能够理解有余数除法的概念，还能够提高解决问题的能力及数学思维。教师的角色是作为一个引导者和促进者，而不是仅仅传授知识。

四、引导学生自主探究和合作交流

在教学《有余数的除法》时，引导学生自主探究和合作交流是帮助他们深入理解概念的重要方法。以下是一个基于探究和合作交流的教学案例初始化问题，向学生提出一个问题，如：“如果一个班级有35个学生，而午饭只有30个汉堡，我们怎么公平地分配这些汉堡？”让学生individually尝试解决这个问题。鼓励他们使用纸和笔来记录不同的分配方案和剩余的数量。让学生在小组内分享他们的解决方案和思考过程，引导小组成员之间的讨论，鼓励他们提问和解释自己的方法。利用actual objects（如35个小球代表学生，30个汉堡代表食物）让学生进行操作，观察和记录不同的分配方案和剩余的数量。引导学生观察和发现当分配的数目是固定的时，总会有一定的剩余，引出有余数除法的概念，解释除法、余数和商之间的关系。让学生尝试用数学符号来表达有余数的除法，例如“ $35 \div 30 = 1 \dots 5$ ”，表示“35除以30得1余5”。提供不同难度的练习题，让学生独立完成，巩固他们对有余数除法的理解，鼓励学生将所学应用到实际问题中，如分配资源、时间规划等。在学生完成练习后，给予及时的反馈，帮助学生纠正错误，加深理解，通过学生的表现和反馈，了解他们对有余数除法的掌握程度，并调整教学策略。通过这种教学方式，学生能够在实际操作和合作交流中理解有余数除法的概念，培养数学思维和问题解决能力。

五、清晰讲解有余数的除法本质

《有余数的除法》是人教版小学数学二年级下册的教学内容，主要是让学生理解除法中余数的情况，并掌握与有余数除法相关的基本概念。使学生初步理解有余数的除法的含义，认识余数，探索并发现余数和除数

的关系，理解余数要比除数小的道理。学生在获取知识的过程中，渗透借助直观研究问题的意识和方法，积累观察、操作、讨论、合作交流、抽象和概括等数学活动经验，发展抽象思维。学生在自主探究解决问题的过程中，感受数学与生活的联系，体验成功的喜悦。教学重点，理解余数及有余数除法的含义，探索并发现余数和除数的关系。教学难点是理解余数要比除数小的道理。通过分物品的实例（如草莓、糖果等），让学生经历把物品平均分后有剩余的现象，引导学生思考如何表示这种情况。介绍有余数除法的概念，解释余数、除数、商的关系。阐述余数一定要比除数小的原因，用小棒摆正方形，直观展示有余数除法的过程，帮助学生巩固概念。之后是小组讨论，探讨如何求解给定商和余数时的被除数，以及如何根据被除数求解除数和商。总之教师引导学生总结有余数除法的要点，学生举例说明在生活中遇到的有余数除法问题，感受数学与生活的联系，教师提出拓展问题，引导学生思考如何应用有余数除法解决实际问题。通过以上教学过程，学生能初步理解有余数的除法的含义，认识余数，探索并发现余数和除数的关系，理解余数要比除数小的道理。同时，学生在解决实际问题的过程中，感受数学与生活的联系，培养解决问题的能力。

六、创设实际问题情境

《有余数的除法》的教学，可以通过创设实际问题情境，让学生在操作和解决实际问题的过程中，理解有余数除法的概念和本质。情景设定假设学校举办了一个水果丰收节，学生们需要将收获的苹果平均分给每个班级。每个班级有30名学生，总共收获了210个苹果。引入问题，展示苹果丰收的图片，告诉学生总数和班级人数，提问“我们应该如何分配这些苹果，才能让每个班级都有苹果？”让学生用实物苹果或者纸片模拟分苹果的过程，尝试将210个苹果平均分给6个班级（30名学生 \times 6班级）。学生在操作过程中会发现，210个苹果无法完全平均分给每个班级，还剩下10个苹果无法分配。引导学生理解剩下的10个苹果就是“余数”，而每个班级分到的苹果数量是“商”。在这个例子中，商是30，余数是10。让学生继续尝试不同的分配方式，例如尝试将余数分配给某些班级，或者调整每个班级分到的苹果数量，观察余数的变化。通过操作和讨论，让学生发现余数总是比除数小，这是因为除数是每个班级的学生数，而余数是无法分配的苹果数。引导学生总结有余数除法的规律，即被除数（总数）=商（每个班级的苹果数） \times 除数（班级数）+余数（剩余的苹果数），让学生思

考，如果有更多的班级或者苹果，如何应用这个规律来分配苹果。通过这样的实际问题情境，学生可以在操作和思考的过程中，理解有余数除法的概念，掌握相关的数学知识，并能够将所学应用到实际生活中。

七、及时进行教学评价

在教学《有余数的除法》时，及时进行教学评价是非常重要的，这有助于了解学生对知识的理解和掌握程度，同时也能及时发现并解决教学中可能出现的问题。在教学过程中，教师可以通过口头提问的方式，了解学生对有余数除法的概念、原理和操作步骤的理解。例如，教师可以问学生：“有余数的除法中，余数是什么？”、“为什么余数总是比除数小？”等。在学生进行操作练习时，教师应密切关注学生的操作过程，观察他们是否能够正确地进行计算和解释。例如，教师可以设置一些有关有余数除法的实际问题，让学生尝试解决，然后对他们的解答进行评价。在小组讨论环节，教师可以观察学生之间的交流和合作，了解他们是否能够互相解释概念、分享解题策略等。例如，教师可以让学生分组讨论如何将有余数的除法应用到实际生活中，然后对他们的讨论进行评价。学生完成有关有余数除法的练习作品时，教师应认真审阅学生的作品，了解他们的问题解决过程、计算准确性以及表述清晰度等方面的情况。例如，教师可以设置一个关于有余数除法的应用题，让学生完成后进行展示，然后对他们的作品进行评价。教学过程中，教师应及时给予学生反馈，指出他们的优点和需要改进的地方，并给予适当的激励。例如，当学生在解答问题时有出色的表现时，教师可以给予表扬和鼓励，以增强他们的学习信心。教师可以制定一个评价表格，记录学生在课堂中的表现，包括参与度、理解程度、操作准确性等。这样有助于教师全面了解学生的学习情况，并为后续的教学提供参考。通过以上评价方法，教师可以及时对学生的评价情况进行评价，从而更好地调整教学策略，提高教学质量。同时，这也有助于激发学生的学习兴趣，帮助他们更好地理解和掌握有余数的除法知识。

八、有余数除法在生活中的应用

有余数的除法在生活中的应用非常广泛，当我们需要将一些物品（如食物、文具等）均匀地分给若干人，而物品的总数不能被人数整除时，我们就可以使用有余数的除法来计算每个人可以分到多少物品。例如，如果有17个苹果要分给5个人，我们可以用有余数的除法来计算： $17 \div 5 = 3$ 余2，这意味着每个人可以分到3个苹果，还剩下2个苹果无法平均分配。在商业活动中，商

家常常使用有余数的除法来制定价格。例如，一件商品的原价是100元，商家希望将其定价为10元的倍数，以便于销售和计算。这时，商家可以通过有余数的除法来计算： $100 \div 10 = 10$ 余0，这意味着原价已经是可以被10整除的，但如果原价是120元，那么有余数的除法结果为： $120 \div 10 = 12$ 余0，商家可以在此基础上进行适当地调整，比如将价格定为119元或者121元。在工程、建筑等领域，有余数的除法常用于测量和计算。例如，一段长度为35米的道路需要被分成5段，每段长度相等。这时，我们可以使用有余数的除法来计算： $35 \div 5 = 7$ 余0，这意味着每段道路的长度为7米。如果有余数，那么可以进一步计算出每段道路的实际长度，以及剩余的部分如何处理。在安排活动和计划时，有余数的除法也常用于计算时间和日期。例如，一个项目需要在10天内完成，每天工作8小时，那么总共需要的工作时间为： $10 \times 8 = 80$ 小时。如果有余数，可以进一步计算出每天需要工作的具体时间，以及是否需要加班。总之，有余数的除法在生活中的应用非常广泛，它帮助我们更好地理解和处理各种实际问题。在学习有余数的除法时，我们可以通过联系实际生活中的例子，更深入地理解这一概念。

结束语

通过学习，我们已经了解了有余数的除法及其在实际生活中的应用。有余数的除法不仅可以帮助我们解决分配物品、定价策略、测量计算等问题，还能在时间和日期的安排上提供便利。希望大家能够“借助操作，让剩余合理”，将所学知识运用到实际生活中，解决实际问题。在今后的学习和生活中，让我们一起不断探索，发现更多有余数除法的应用场景，让这个数学概念为我们带来更多的便利。同时，也要学会灵活运用所学知识，善于发现生活中的数学之美，让我们一起努力，让数学为我们的生活带来更多的好处，在日常生活中尝试运用所学，将理论付诸实践。

参考文献

- [1] 美国数学学会. 有余数的除法. 《数学百科全书》. 2014; <https://www.ams.org/>
- [2] 艾普斯坦. 《除法与余数》. 牛津大学出版社[J]. (2006).
- [3] 约翰逊. 《数学之美：从1到 ∞ 》. 剑桥大学出版社[M]. (2009).
- [4] 史密斯. 《数学的力量》. 普林斯顿大学出版社[A]. (2012).
- [5] 鲍威尔. 《数学的故事：从勾股定理到无穷集合》. 哈佛大学出版社[J]. (2015).