

以“田忌赛马”为例谈数学故事在小学数学教学中的具体应用

张美芝

万柏林区虎胜街小学

摘要：数学故事作为小学数学教学中的特殊资源，对于升华学生数学学习的情感、培养学生的数学思维具有深远影响。本研究采用案例分析的方法，深入剖析“数学广角——田忌赛马”的教学实例，阐述教师通过趣味手段讲述故事，激发学生的学习热情；通过故事分析，提高学生的逻辑认知能力；通过讨论故事，提升学生的思维品质；以及如何通过创新故事，培养学生的迁移应用能力。希望本研究可以为数学教师提供参考和借鉴。

关键词：数学故事；小学数学；田忌赛马

【DOI】10.12252/j.issn.2096-6261.2025.04.102

引言

故事“田忌赛马”旨在通过简明案例，融入关键数学思想与方法。然而，在实际教学过程中，部分教师将此类课程简化为单一的游戏活动，导致课堂活动流于形式，热闹过后没有达到对学生思维能力的培养和知识的系统梳理的教学目标，收效甚微。基于对本课程的深入研究和教学实践的反复磨砺，笔者现将个人的教学思路进行详尽整理，希望在教育领域不断取得新的突破。

一、故事讲述，奠定基础

在运用数学故事开展数学教育中，教师需依据教学目标，对故事内容恰当调整，并选取适宜的展现方式，保证学生能够全心全意地融入故事学习，从数学的视角审视故事内容^[1]。例如，在进行“田忌赛马”故事教学时，教师采取循序渐进的方式，对故事深入分析和精彩呈现。

（一）确定教学目标

提炼故事中心思想，确定故事教学目的，是实现“田忌赛马”故事教学功能的先决条件。教师从整体（教材单元）和个体（故事本身）两方面对教学内容进行全面的分析，以保证其呈现的效果与教学期望相符。“田忌赛马”作为“数学广角——优化”模块中的经典数学故事，深刻体现了数学运筹思想（亦即优化思想与对策论）的精髓所在。在教学活动开始之前，教师应当依据《标准》的具体要求，对故事进行细致入微的分析工作：“田忌赛马”可概括为孙膑高瞻远瞩，运用策略以弱胜强，使田忌获得了赛马的胜利，其实质就是从最优的观点出发，在众多的解法中寻找最佳的解法。《标准》要求“在解题时，让学生能够进行简单的、系统的思维”，与这一点相联系，教师可以设定以下的发展目标：

（1）通过讲述故事，引导学生深入理解“田忌赛马”中以弱胜强的策略，培养其对策略的敏感性和应用能力；

（2）通过数学角度的解析，教育学生掌握“田忌赛马”的数学模型，体会优化思维和对策论的重要性，提升数学素养和问题解决能力；

（3）通过体验数学思想和方法的神奇与价值，强化学生对数学思维的认同感，逐步塑造其有序思考和严谨分析问题的习惯。

（二）游戏导入故事

1. 直观演示，明确规则

师：同学们，有谁愿意参与扑克牌游戏？思考如何在比赛中取得胜利。

现场宣读游戏规则。

师：本次游戏的规则与课前所玩的扑克牌游戏有所不同，究竟应该如何玩法呢？游戏规则如下：

比较点数大小，实行三局两胜制；首次出牌者之后，第二三次也先出牌。

师：同学们，猜一猜，根据游戏规则，哪一方将获得最终胜利？（引发学生热烈讨论）

出牌：展示红牌 10、7、4，黑牌 3、2、A。

师：若选择黑牌，自己能赢得比赛吗？

结果：红、黑牌双方的大小差别很大，输赢一目了然，这种竞赛有失公平。

2. 变化点数，继续感知

教师：鉴于双方实力悬殊，当前的比赛显然存在不公之处。为确保公平公正，我们不妨对牌面进行调整，将黑牌替换为 9、6、3。再次审视局势，黑牌是否具备战胜对手的潜力？通过对比红牌与黑牌的三张牌面点数，同学们能否发现其中的玄机？（学生经过深入思考，得出黑牌点数略逊一筹的结论）

教师：经过这样的牌面调整，黑牌的点数确实有所降低，那么比赛结果又将如何？你们认为哪一方将脱颖而出？请阐述你的观点并给出依据。

本环节以扑克牌游戏为载体，巧妙地模拟了田忌赛马的历史情境。此举不仅激发了学生们的生活经验，更让他们在实践中自身体验，不断积累宝贵的活动经验，为今后的深入探究和系统归纳奠定了坚实基础。

3. 质疑讨论

教师：刚才我们探讨认为，在实力较弱的情况下，通过策略的优化仍可争取胜利。然而，目前形势下，胜利的可能性似乎有所降低。

学生1：因为我们无法预知红色牌的出牌顺序。

学生2：在这种情况下，我们难以运用策略，只能寄希望于运气了。

教师：看来，依赖策略的优化来赢得胜利是有前提的，即需要采取后发制人的策略，这正是我们常说的“后发制人”（板书）。

在教学中教师让学生体验整个思考过程，对提高学生的数学思维水平具有重要意义。在“每人三张牌比大小”的游戏里，通常来说，同学们并不知道对手的出牌顺序，这个时候，同学们可以预测对手的出牌顺序，同时明确实力较弱一方“未必败”却“胜机渺茫”的观念，便能领悟到凭借策略优势取胜并非唾手可得^[2]。让学生树立此等认识，并在过程中提升思维能力。

上述教学过程中，将红色牌遮盖于黑板之上，学生们无法窥见红色牌的出牌顺序。面对未知结局，他们将深入探究并提出猜测。为应对“有可能胜”的局面，学生们的推理能力得以锻炼；为解释“胜的可能性小”，他们需有序思考，列出所有可能的出牌序列，成为他们的自发需求。在数学活动中深刻理解到依赖策略优势取胜需具备“后发制人”的前提条件时，他们的思维严谨性将得到锤炼，这正体现了立足于数学核心素养的教学理念。

这节课的教学内容侧重于优化思想，但是从培养思考能力来看，教学目的也包含前后延伸，向前延伸是对已经存在的顺序思考的运用，向后延伸是对随机思维的渗透。

（三）呈现故事内容

针对小学生深度学习思维尚待发展的现状，教师需持续引导，帮助他们透过数学故事的表层现象，深刻领悟其内在含义。“田忌赛马”作为一则经典的“优化”故事，蕴含着丰富的数学思想。为激发学生的兴趣并引导他们深入理解故事精髓，把“讲述”转变为“动画演绎”，把“注入”转变为“自主思考”，让学生通过听故事来整理自己所学到的数学知识，并逐步形成用数学思维^[3]。

在教学过程中，教师可以运用微课动画，替代传统文本，如“孙臆见其马足不甚相远，马有上、中、下辈”等，使故事内容更加简洁明了，易于学生在3至5分钟内掌握故事的核心要义。当学生对故事形成初步认知后，教师应结合“游戏”环节，提出富有启发性的问题，如：“学习这个故事后，你有何感想？请再组织一次‘选扑克，比大小’的游戏，你会采用什么样的策略？”通过这些问题的引导，促使学生从数学联想和数学类比的角度，总结出“以弱对强、以强对中、以中对弱”的数学策略。

二、故事分析，提升逻辑思维

匈牙利数学家乔治波利亚曾深刻指出：“教师在课堂上所传授的知识固然关键，但更为关键的是了解学生心中的所思所想。”在运用数学故事教学时，教师应当高度重视学生的思维活动，将引导学生深入挖掘故事中的数学内涵作为教学的核心任务^[4]。以“田忌赛马”为例，融入拓展教学内容、补充故事空白、探讨故事背景等策略，激发学生的深入思考，使其在学习思想、比较不同方法、探索其他可能性的过程中，培养出优秀的数学逻辑思维能力。

（一）引入博弈，培养逻辑意识

“田忌赛马”这一经典故事，其核心价值在于揭示“以策略取胜”的道理。为引导学生从认知层面深入领会“田忌赛马”的精髓，教师将其中蕴含的对策论、优化思想等丰富内涵融入课堂教学之中。

首先，教师应立足于学生的认知发展规律，以故事本身为出发点，重点关注“全输”与“二胜一输”这两种结果，逆向思考并分析过程，以此激发学生的数学逻辑思维能力。例如，教师可以通过板书策略与结果的方式，直观展示策略与结果之间的内在联系。

	齐王	上	中	下	
第一轮	田忌	上(×)	中(×)	下(×)	全输(输)
第二轮	孙臆	下(×)	上(√)	中(√)	两胜一输(赢)

通过板书形式，鲜明地展示出两种不同策略所带来的差异结果，给予学生强烈的心理震撼，激发其对问题深层本质的探索欲望，即“为何调整对战马匹的顺序能改变赛马的最终结果？”

同时，教师应以学生提出的问题为切入点，融入相关理论知识，拓宽学生的知识视野，运用数学思想、方法对“田忌赛马”中孙臆的策略进行阐释。例如，教师可借助PPT生动展示博弈论中的“策略”核心概念：“在一场博弈中，每位参与者都可根据实际情况，制定出切实可行的完整行动方案，即方案并非某个阶段的行动指南，而是指导全局行动的一整套行动计划。一个博弈参与者自始至终精心策划的行动方案，被称为该参与者的策略。”

教师通过深入挖掘理论与“田忌赛马”故事的内在联系，以理论为指导，引导学生深入分析故事中所蕴含的对策论思想。在这一过程中，教师应明确指出，“田忌赛马”的核心人物包括齐王和田忌（孙臆），而策略则体现为“田忌赛马”的赛马方案——“上一上、中一中、下一下”以及“上一下、中一上、下一中”的战略布局。通过这种方式，帮助学生将对策论理论与实际案例相结合，培养他们对“博弈”和“优化”数学思想的初步认识。

（二）补充故事，提升逻辑推理

针对教材中“数学广角——田忌赛马”部分的留白，教师应积极采取补充教学措施，引导学生在列出其他应

对策略、进行对比分析的过程中，深刻领悟田忌所采用策略的“最优”思维。为此，教师应从数学逻辑的角度出发设计问题，如：田忌之马和齐王之马比赛，除上述两种战术外，其他的战术是什么？有没有什么办法能使田忌得胜呢？设计问题，指导学生把注意力转移到没有明确表现出来的其他策略上，让他们试着列出各种比赛策略，得出胜利和失败的不同结果^[5]。在独立探究活动结束后，鼓励学生主动汇报成果，并根据学生的回答，进行结构化板书，直观展示不同信息间的逻辑关联，进一步帮助学生深刻理解“田忌赛马”策略的“优化”意义。

	齐王	上	中	下	
第一轮	田忌 (孙臆)	上(×)	中(×)	下(×)	全输(输)
第二轮		下(×)	上(√)	中(√)	两胜一输(赢)
第三轮		上(×)	下(×)	中(√)	一胜两输(输)
第四轮		下(×)	中(×)	上(√)	一胜两输(输)
第五轮		中(×)	上(√)	下(×)	一胜两输(输)
第六轮		中(×)	下(×)	上(√)	一胜两输(输)

通过对每一种策略的比较，清楚地看到每一种策略的优劣，从而了解孙臆所建议的最优策略。此时，教师也可以再做一些补充，例如：“采用孙臆的策略就一定能取得胜利吗？”通过提问引导学生从逻辑上进行思维上的转变，让他们意识到“若田忌先行，则每场必输无疑”，深化对“田忌赛马”问题条件的认识和理解。

三、故事联系，培养发散思维

以某校运动盛会为例，甲班与乙班将展开激烈角逐，双方如何科学布局，方能确保在竞技中脱颖而出呢？

1. 甲班与乙班将参与跳绳项目的比拼。

两班队员最近一次跳绳成绩记录表

甲班代表队 乙班代表队

甲班代表队	乙班代表队
小冬：230下/分	小天：200下/分
小花：180下/分	小云：165下/分
小晴：155下/分	小蓝：140下/分

根据比赛规则，采用三局两胜制。若甲班率先出战，那么乙班是否具备战胜对手的机会？乙班应如何布阵，方能充分发挥实力，争取胜利？

2. 甲班和乙班进行立定跳远比赛。

两班队员最近一次跳远成绩记录表

甲班代表队	乙班代表队
小山：132厘米	小路：120厘米
小程：145厘米	小海：137厘米
小江：165厘米	小胡：158厘米

比试的规则是三局两胜，若是用抽签的方式，乙班第一个上场，甲班有没有获胜的可能，甲班又该如何对战？

设计目的：在练习的设置上可以使用诸如解决实际问题的场景，从而在一种轻松愉快的气氛中激发学生的学习热情；在教学内容的设置上，适当增加难度，使学生能够更好地掌握、巩固所学的知识，并培养出新的技术与技能。

四、故事拓展，提高应用能力

教师：“策略”并不是一种特定的策略，而是一种

能够使比赛双方都取得胜利的策略^[6]。当然，应对措施也要因地制宜。在平时的游戏中，除了田忌赛马外，还有许多种策略。你愿意跟我做一场比赛吗？

游戏介绍：下面有10个小球，双方轮流去拿小球，一次只能拿1-2个小球，先拿到小球者为胜。并邀请一名同学与教师做游戏。

（游戏结束后，请学生分享游戏心得，总结取胜策略，采用倒推法，因为一次只有1、2个球，要得到最后一粒球，就必须留3个球给对手，即要得到第7个球，不管对手拿1球还是2球，都能得到第10个球。同样的，要想得到第七颗，就必须得到第四颗，要得到第4个，就必须得到第1个，第四个，第7个。即制胜关键在于抢占制胜点：1、4、7。）

进一步引导学生思考，若无法抢占首个制胜点，应如何应对？（若无法抢占首个制胜点，须尽力争取第二个制胜点；若无法争取第二个制胜点，须尽力争取第三个制胜点；以此类推。）

设计初衷：以巩固练习为基础，重新创设游戏情景，使学生意识到在复杂情景下对策理论的应用是多样的。在游戏中，要让学生体会到“策略应活学活用”。

结语

借鉴古代田忌赛马的策略，将其巧妙地应用于数学知识教学中，培养学生的综合素养。通过精心设计的总结和交流活动，引导学生对所学的知识进行深入的思考和系统地归纳。这样的过程不仅有助于学生梳理和概括所学内容，还能进一步提炼和升华他们的理解，从而达到深化知识掌握和吸收新知识的目的。

参考文献

[1] 陈丹. 指向学力提升的“模”力课堂建构策略研究——以四年级上册《田忌赛马》一课为例[J]. 数学之友, 2024, (02): 57-60.

[2] 李桃. 抓住数学本质，引发深度思考——浅析有关“田忌赛马中的对策问题”的教学实践与思考[J]. 安徽教育科研, 2022, (31): 7-10+28.

[3] 兰子君, 张丽颖, 郭海燕, 等. 关注数学思考让运筹优化思想落地生根[J]. 河北教育(教学版), 2020, 58(10): 11-17.

[4] 刘绍香. “田忌赛马”教学中的另类思考[J]. 中小学数学(小学版), 2019, (05): 58-59.

[5] 朱国荣. 引领思维在生动中走向深刻——人教版四上《对策问题》教学片段及思考[J]. 江苏教育, 2018, (17): 60-63.

[6] 王静. 挖掘课程资源让数学文化浸润课堂——以“田忌赛马的策略”的教学为例[J]. 中学课程辅导(教师教育), 2018, (04): 80-81.

作者简介：张美芝，1972-06-04，女，大学，2005年7月毕业于中央广播电视大学财务会计专业，现有职称中小学一级教师，从事工作：数学老师。