建立函数模型，解决应用实际问题

刘景涛

（新疆库尔勒市第八中学 新疆 库尔勒 841000）

［摘 要］ 随着新课改的不断深入和素质教育的进一步推进，要求学生综合应用数学知识解决实际问题的趋势日益突出。初中数学人教版教材，从“引入”到“探究”，密切联系生产和生活实际，将应用问题贯穿教材的始终。建立“数学模型”是解决应用问题的关键，也是培养学生分析问题和解决问题能力的重要手段。因此，加强应用意识和创新能力的培养，将成为数学教学的重中之重。

［关键词］ 初中数学；函数模型；一次函数；二次函数

一、建立“一次函数”模型

(2009 · 恩施中考）某超市经销 A、B 两种商品，A 种商品每件进价 20 元，售价 30 元；B 种商品每件进价 35 元，售价 48 元.

（1）该超市准备用 800 元去购进 A、B 两种商品若干件，怎样购进才能使超市经销这两种商品所获利润最大（其中 B 种商品不少于 7 件）？

（2）在“五・一”期间，该商场对 A、B 两种商品进行如下优惠促销活动：

打折前一次购物总金额	优惠措施
不超过 300 元	不优惠
超过 300 元且不超过 400 元	售价打八折
超过 400 元	售价打七折

促销活动期间小颖去该超市购买 A 种商品，小华去该超市购买 B 种商品，分别付款 210 元与 268.8 元. 促销活动期间小明决定一次去购买小颖和小华购买的同样多的商品，他需付款多少元?

解：（1）设设购进 A，B 两种商品分别为 x 件，y 件，所获利润为 W 元，则$\begin{cases} W=10x+13y \\ 20x+35y=800 \end{cases}$

解得 $W=-\frac{9}{2}y+400$

∵ W 是 y 的一次函数，随 y 的增大而减小，又∵ y 是不小于 7 的整数，且 x 也为整数，

∴当 y ＝ 8 时，W 最大，此时 x ＝ 26

∴购进 A 商品 26 件，B 商品 8 件才能使超市经销这两种商品利润最大。

(2) ∵ 300×0.8 = 240，210 < 240，

∴小颖去超市购买 A 种商品 210÷30 = 7（件）又 268.8 不是 48 的整数倍，且 268.8÷0.7 = 384 < 400

∴小华去该超市购买 B 种商品

268.8÷0.8÷48 = 7（件）

小明一次去购买小颖和小华购买的同样多的商品：7×30 ＋ 7×48 ＝ 546 ＞ 400

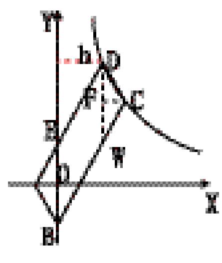
∴小明付款为 546×0.7 = 382.2（元）

答小明需付款 382.2 元。

说明：认真分析图表，读懂题意，利用一次函数的增减性求出最大利润。

二、建立“反比例函数”模型

(2011 · 武汉中考）如图 1-8-6，□ ABCD 的顶点 A，B 的坐标分别是 A(-1，0)，B(0，-2)，顶点 C，D 在双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 上，边 AD 交 y 轴于点 E，且四边形 BCDE 的面积是△ ABE 面积的 5 倍，则 k=____。



解：过 D 点做 DW // y 轴，

C 点 // x 轴

∵四边形 ABCD 是平行四边形

∴ AD // BC

∴四边形 EBWD 是平行四边形

∴△ ABE ≌△ CDW

∵四边形 BCDE 的面积是△ ABE 的 5 倍

∴四边形 BEDW 的面积是△ ABE 的 4 倍

根据题意可得

$S_{\triangle ABE}=BE\times1\times\frac{1}{2}$ $S_{\square EBWD}=BE\times h$

$1=BE\times1\times\frac{1}{2}$ $4=BE\times h$

BE = 2 h = 2

∴ D 点的横坐标为 2

由题意可知△ ABO ≌△ CDF

∵ A，B 两点的横坐标差 1，坐标差 2

∴ D（2，Y_1）C（3，Y_2）

$Y_1-Y_2=2$

$\because Y_1=\frac{K}{2}$ $Y_2=\frac{K}{3}$

$\therefore \frac{K}{2}-\frac{K}{3}=2$ K = 12

说明：此题训练学生构建思想，抓住坐标与函数关系特点。

三、建立“二次函数”模型

（2011* 黄冈中考）我市某镇的一种物产由于运输原因，长期只能在当地销售，当地政府对该物产的销售投资收益为：每投入 x 万元，可获得利润 $P=-\frac{1}{100}(x-60)^2+41$（万元），当地政府拟在“十二・五”规划中加快开发该特产的销售，其规划方案为：在规划前后对该项目每年最多可投入 100 万元的销售投资，在实施规划 5 年的前两年中，每年都从 100 万元中拨出 50 万元用于修建一条公路，两年修成，通车前该特产只能在当地销售；公路通车后的 3 年中，该特产既在本地销售，也在外地销售，在外地销售的收益为：每投入 x 万元，可获利润 $Q=-\frac{9}{100}(100-x)^2+\frac{294}{5}(100-x)+100$（万元）。

⑴ 若不进行开发，求 5 年所获利润的最大值是多少？

⑵ 若规划实施，求 5 年所获利润（扣除修路后）的最大值是多少？

解（1）当 X ＝ 60 时，P 最大且为 41，故 5 年获利最大值是 41×5 ＝ 205（万元）

（2）前两年：0 ≤ X ≤ 50，此时因为 P 随 X 增大而增大，所以这两年获利最大为 40×2 ＝ 80（万元）后三年：设每年获利为 Y，当地投资额为 X，则外地投资额为 100 － X，所以

Y = P + Q

$=\left[-\frac{1}{100}(X-60)^2+41\right]+\left(-\frac{9}{100}X^2+\frac{294}{5}X+160\right)$

$=-X^2+60X+165$

$=-(X-30)^2+1065$

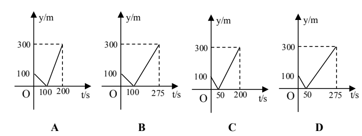
故当 X ＝ 30 时，最大且为 1065，那么 3 年获利最大为 1065×3 ＝ 3195（万元），故 5 年获利最大值为 80 ＋ 3195 － 50×2 ＝ 3175（万元）

说明：实际问题的最值问题是难点

四、建立“图像与函数”相结合模型

(2012 新疆模拟考试）

甲、乙两人在一段长为 1200 米的笔直公路上跑步，甲、乙的跑步的速度分别为 4m/s 和 6m/s，起跑前乙在起点，甲在乙前面 100 米处，若同时起跑，则两人从起跑至其中一人先到达终点的过程中，甲、乙两人之间的距离 y(m) 与时间 t(s) 的函数图象是



解：∵两人起跑至其中一人先到达终点过程

∴以最短的时间为终止时间

∵ $T_甲$ = (1200 － 100)÷4$T_乙$ = 1200÷6

＝ 275s ＝ 200s

∴ t ＝ 200s

此时就在 A 和 C 中选答案

当点落在 x 轴上时，y 为 0

说明两人之间的距离为 0

也就是两人相遇了，根据题意可得

4x ＋ 100 ＝ 6x

X ＝ 50 故选 C

说明：此题考察学生的观察能力，理解图形的含意。

函数知识内涵丰富，应用广泛，是整个中学数学的重点知识，也是中考的重点和热点。数学应用中的成本问题、利润问题、产入产出问题、效益问题、用料问题等可以通过构造函数模型解决。建立“函数模型”是解决应用问题的一大策略。

参考文献：

[1]徐巧石.多种函数模型建立解一道应用题[J].中学数学研究，2018(11):46-48.

[2]李文文.建立函数解析式模型的基本方法[J].数学教学通讯，2018(03):72-73.