

高中数学答题技巧

商文蕊

(河北省邯郸市第一中学 河北 邯郸 056000)

[摘要] 在数学考试中时间的把握非常重要,很多同学常常出现时间不够的情况;针对这一问题,小编为大家详细介绍了数学中小题的解题技巧其中包括画图法、特值法等。

[关键词] 高中数学; 解题技巧

引言

高中数学考试中, 小题(选择题和填空题)占据了大量的分数, 而题量也较大; 如何才能快速准确的解答出答案显得至关重要。笔者通过研究发现, 数学中的大量小题具有简便的解答技巧, 其中包括特殊值法、画图法等。本文通过几道例题为大家详细分析了这些解题技巧; 下面请看具体例题分析。

例题1: 方程 $\ln(1+x) = \sin x$ 根的个数为:

分析: 这种题型的方程是没有办法直接求解的, 作为一道填空题我们可以采用一些技巧性的方法进行求解, 比如画图法、特值法等。这道题我们可以画出 $y = \ln(1+x)$ 和 $y = \sin x$ 的函数图像, 判断两个函数的图像存在多少交点就行了, 因为函数图像交点的个数就是方程解的个数。通过函数图像我们可以判断出两个函数图像只有一个交点, 因此方程只有一个根。

例题1: 判断在当 $x > 0$ 的时候, 下列哪些不等式是正确的 ()

A $x^4 > x^2$ B $2x > \sin x$ C $\ln(1+x) > 2x$ D $e^x > 3^x$

分析: 这道选择题考察的是同学们对高中基本函数的了解程度, 解决这道题的方法有很多, 例如画图法、构造函数法等。由于这是一道选择题, 因此建议同学们采用画图法, 因为画图法可以最快速的解决这类问题; 本文在这里将为大家详细的介绍画图这种方法。

画图法: 首先来看看A选项, 这里的条件是当 $x > 0$ 的时候, $x^4 > x^2$ 。我们可以画出 $y = x^4$ 和 $y = x^2$ 的函数图像(函数图像过于简单, 这里就不为大家展示了), 通过函数图像我们会发现, 当 $x > 0$ 的时候, $y = x^4$ 和 $y = x^2$ 的函数图像有两个交点, 分别是 $(0, 0)$ 和 $(1, 1)$ 当 $0 < x < 1$ 的时候 $x^4 < x^2$, 因此A选项是错误的。然后是B选项, 我们用同样的方法画出函数 $y = 2x$ 和 $y = \sin x$ 的函数图像, 通过函数图像我们会发现, 函数 $y = 2x$ 和 $y = \sin x$ 的函数图像只有在 $(0, 0)$ 处有一个交点, 且当 $x > 0$ 的时候不等式 $2x > \sin x$ 是成立的, 因此B选项正确。接下来分析C选项, 这里的题干条件是当 $x > 0$ 的时候, $\ln(1+x) > 2x$ 。我们采用同样的方法画出 $y = \ln(1+x)$ 和 $y = 2x$ 的函数图像, 通过观察我们会发现函数 $y = \ln(1+x)$ 和 $y = 2x$ 的函数图像在当 $x > 0$ 时有一个交点, 这个交点就是 $(0, 0)$ 而且当 $x > 0$ 时, $\ln(1+x) < 2x$; 因此C选项错误。最后分析D选项, 这道题没办法画出具体图像, 但是我们可以根据底数的大小判断出不等式是否成立。首先, 我们应该知道 $e \approx 2.7 < 3$, 因此在当 $x > 0$ 的时候, 不等式 $e^x < 3^x$ 成立, 因此D选项错误。

例题2: 已知函数 $y = |x^2 - 4x|$, 那么这个函数的增区间是

分析: 这道题的考点是分段函数的应用。遇到这种题是我们首先就是要找到分段点然后写出他们的表达式, 这样应该函数就变成了两个或者多个函数, 我们可以画出函数 $y = |x^2 - 4x|$ 的函数图像, 结合其函数图像也可得答案。也可以将自己写出的多个函数对其进行求导, 根据导函数与0进行比较判断的函数的单调区间。下面是利用的数形结合的方法进行的解答, 详细步骤如下。

解: 首先我们可以通过函数 $y = |x^2 - 4x| = \begin{cases} x^2 - 4x & x \leq 0 \text{ 或 } x \geq 4 \\ -x^2 + 4x & 0 < x < 4 \end{cases}$

的表达式进行分类判断, 然后再通过函数的图像进行判断; 最后我们可以得出函数 $y = |x^2 - 4x|$ 的增区间是 $[0, 2]$ 和 $[4, +\infty)$, (区间端点可以为开), 因此答案为: $[0, 2]$ 和 $[4,$

$+\infty)$ 。

例题3: 如果我们已知函数 $f(x) = \begin{cases} x+1 & x \leq 0 \\ f(x-1) + f(x-2), & x > 0 \end{cases}$, 那么下面关于 $f(3)$ 的值等于 ()

A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

分析: 这道题考察的分段函数的值得求解, 遇到分段函数时我们首先应该划分分段函数的定义域, 然后根据定义域分类讨论。在这道题中, 我们只需要根据分段函数的表达式直接代入表达式就能直接求出答案; 下面是详细的解答过程。

解: 首先我们通过分段函数可以知道, $f(3) = f(2) - f(1)$, 然而 $f(2) = f(1) - f(0)$, 所以我们得出 $f(3) = f(2) - f(1) = f(1) - f(0) - f(1) = -f(0) = -1$, 所以就有 $f(3) = -1$ 。

故这道题的正确选项是: B。

例题4: 已知等比数列 $\{a_n\}$, 等比数列满足 $a_n > 0$, 如果, a_5 和 a_{95} 分别为方程 $x^2 - 10x + 16 = 0$ 的两根, 那么 $a_{20} - a_{50} - a_{80}$ 的值为 ()

A. 32 B. 64 C. 256 D. ± 64

分析: 这类题型较为简单, 当时常容易出错。因为大多数同学默认数列就是递增的, 因此会误以为 $a_5 < a_{95}$ 所以将会导致漏掉解而丢分。

解: 在这道题中, 我们第一步就是题干的方程进行求解, 通过求解方程 $x^2 - 10x + 16 = 0$ 我们可以得到方程的解为2和8; 接下来我们分别讨论 $a_5 = 2$, $a_{95} = 8$ 或者 $a_5 = 8$, $a_{95} = 2$ 的两种情况分别计算出 a_{20} 、 a_{50} 、 a_{80} 进行解答就能得出答案为 ± 64 。

例题5: 等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3 + a_5 = 8$, $a_1 a_5 = 4$, 则 $\frac{a_{13}}{a_9} =$

分析: 本题是对等差数列基本性质的考察, 这里要知道 $\frac{a_{13}}{a_9} = q^4$, 这就反应出来了这道题就出等比是非常关键的, 其中 $a_1 a_5 = a_3^2$ 也是可以简化计算的一步。下面是详细的解答步骤。

解: 由题干我们可知 $\{a_n\}$ 为等比数列, 所以有 $a_1 a_5 = a_3^2 = 4$,

又因为 $a_3 + a_5 = 8$ 所以 $\begin{cases} a_3 = -2 \\ a_5 = 6 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a_3 = -2 \\ a_5 = 10 \end{cases}$ (舍去), 最终我

们可以得到 $q^2 = \frac{a_5}{a_3} = 3$, 所以 $\frac{a_{13}}{a_9} = q^4 = 9$ 。

故答案为9。

例题6: 已知集合 $A = \{-1, 1\}$ 和 $B = \{x | ax + 2 = 0\}$, 如果要满足 $B \subseteq A$, 那么实数 a 的所有可能取值的集合为下面的那个 ()

A. $\{-2\}$ B. $\{2\}$ C. $\{-2, 2\}$ D. $\{-2, 0, 2\}$

分析: 这道题考察的是集合的包含关系判断和它们的应用。在这道题中我们只需要根据 $B \subseteq A$ 这个关系, 然后充分利用利用分类讨论思想求解就能求出答案, 接下来看看详细的解答过程。首先讨论当 $a = 0$ 时, 我们可以得到 $B = \emptyset$, $B \subseteq A$; 然后讨论当 $a \neq 0$ 时, 我们可以得到 $B = \{2/a\} \subseteq A$, $2/a = 1$ 或 $-2/a = -1 \Rightarrow a = -2$ 或 2 , 最后综合实数 a 的所有可能取值的集合就是 $\{-2, 0, 2\}$ 。

故选D。

参考文献

[1] 于素静. 高中数学数列问题的解题技巧探究[J]. 教育现代化, 2018, 5(37): 367-368.

[2] 王一龙. 有关高中数学解题技巧的分析[J]. 科技风, 2018(04): 28.