

物理解题的捷径—等时圆

赵国瑛

(衡水第一中学 河北 衡水 053000)

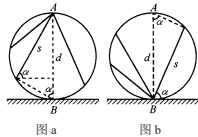
【摘要】很多同学认为物理不好学，很多时候是没有对我们做过题目进行总结，详细总结后可以总结出很多模型。用牛顿运动定律解决问题时常遇到物体沿圆的某一条弦运动的问题，这可以总结出等时圆模型，等时圆的问题究其实质为直角三角形的问题，利用这一原理可以简化过程，快速的解决问题。

【关键词】牛顿运动定律；直角三角形；等时圆模型

一、等时圆模型（如图所示）

二、等时圆规律

1、小球从圆的顶端沿光滑弦轨道静止滑下，滑到弦轨道与圆的交点的时间相等。（如图a）



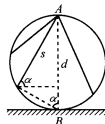
2、小球从圆上的各个位置沿光滑弦轨道静止滑下，滑到圆的底端的时间相等。（如图b）

3、沿不同的弦轨道运动的时间相等，都等于小球沿竖直直径（d）自由落体的时间，即

$$t_0 = \sqrt{\frac{2d}{g}} = \sqrt{\frac{4R}{g}} = 2\sqrt{\frac{R}{g}} \quad (\text{式中} R \text{为圆的半径。})$$

三、等时性的证明

设某一条弦与水平方向的夹角为 α ，圆的直径为d（如右图）。根据物体沿光滑弦作初速度为零的匀加速直线运动，加速度为 $a=g \sin\alpha$ ，位移为 $s=d \sin\alpha$ ，所以运动时间为



$$t_0 = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2d \sin\alpha}{g \sin\alpha}} = \sqrt{\frac{2d}{g}}$$

即沿各条弦运动具有等时性，运动时间与弦的倾角、长短无关。

四、用等时圆模型解题

【例1】如图1，位于竖直平面内的固定光滑圆轨道与水平面相切于M点，与竖直墙相切于点A，竖直墙上另一点B与M的连线和水平面的夹角为 60° ，C是圆环轨道的圆心，D是圆环上与M靠得最近的一点（DM远小于CM）。已知在同一时刻：a、b两球分别由A、B两点从静止开始沿光滑倾斜直轨道运动到M点；c球由C点自由下落到M点；d球从D点静止出发沿圆环运动到M点。则：（ ）

- A、a球最先到达M点
- B、b球最先到达M点
- C、c球最先到达M点
- D、d球最先到达M点

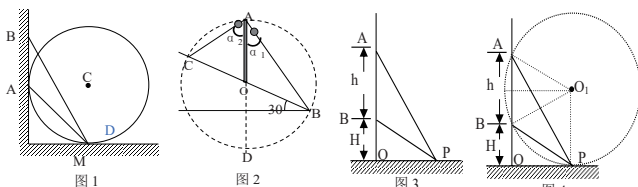
解析：设圆轨道半径为R，据“等时圆”理论，

$$t_a = \sqrt{\frac{4R}{g}} = 2\sqrt{\frac{R}{g}}, \quad t_b > t_a; \quad c \text{做自由落体运动 } t_c = \sqrt{\frac{2R}{g}}; \quad \text{而d球滚}$$

下是一个单摆模型，摆长为R， $t_d = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{R}{g}}$ ，所以C正确。 $t_b > t_a > t_d > t_c$ 。

【例2】倾角为 30° 的长斜坡上有C、O、B三点，CO = OB = 10m，在C点竖直地固定一长10 m的直杆AO。A端与C点间和坡底B点间各连有一光滑的钢绳，且各穿有一钢球（视为质点），将两球从A点由静止开始、同时分别沿两钢绳滑到钢绳末端，如图1所示，则小球在钢绳上滑行的时间 t_{AC} 和 t_{AB} 分别为（取 $g = 10\text{m/s}^2$ ）

- A. 2s和2s
- B. $\sqrt{2}$ s和2s
- C. $\sqrt{2}$ s和4s
- D. 4s和 $\sqrt{2}$ s



解析：由于CO = OB = OA，故A、B、C三点共圆，O为圆心。又因直杆AO竖直，A点是该圆的最高点，如图2所示。两球由静止释放，且光滑无摩擦，满足“等时圆”条件。设钢绳AB和AC与竖直方向夹角分别为 α_1 、 α_2 ，该圆半径为r，则对钢绳均有

$$2r \cos\alpha = \frac{1}{2} g \cos\alpha \cdot t^2$$

解得： $t = \sqrt{\frac{4r}{g}}$ ，钢球滑到斜坡时间t跟钢绳与竖直方向夹角 α 无关，且都等于由A到D的自由落体运动时间。代入数值得 $t=2\text{s}$ ，选项A正确。

【例3】如图3所示，在同一竖直线上有A、B两点，相距为h，B点离地高度为H，现在要在地面上寻找一点P，使得从A、B两点分别向P安放的光滑木板，满足物体从静止开始分别由A和B沿木板下滑到P点的时间相等，求O、P两点之间的距离 \overline{OP} 。

解析：由“等时圆”特征可知，当A、B处于等时圆周上，且P点处于等时圆的最低点时，即能满足题设要求。

如图6所示，此时等时圆的半径为：

$$R = \overline{OP} = H + \frac{h}{2} \quad \text{所以} \quad \overline{OP} = \sqrt{R^2 - \left(\frac{h}{2}\right)^2} = \sqrt{H(H+h)}$$

【例4】如图5，一质点自倾角为 α 的斜面上方的定点O沿光滑斜槽OP从静止开始下滑，为使质点从O点滑到斜面的时间最短，则斜槽与竖直方向的夹角 β 应为多大？

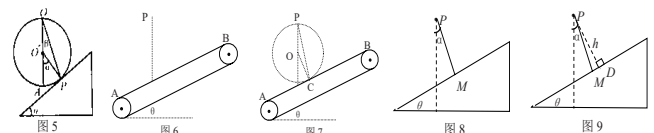
解：如图5，作以OP为弦的辅助圆，使圆心 O' 与O的连线在竖直线上，且与斜面相切于P点。由“等时圆”可知，唯有在O点与切点P点架设的斜槽满足题设条件，质点沿其它斜槽滑至斜面的时间都大于此时间。由图可知， $\angle PO'A = \alpha$ ，又 $OO'P$ 为等腰三角形，所以 $\beta = \frac{\alpha}{2}$ 。

【例5】如图6，AB是一倾角为 θ 的输送带，P处为原料输入口，为避免粉尘飞扬，在P与AB输送带间建立一管道（假使光滑），使原料从P处以最短的时间到达输送带上，则管道与竖直方向的夹角应为多大？

解析：借助“等时圆”，可以过P点的竖直线为半径作圆，要求该圆与输送带AB相切，如图所示，C为切点，O为圆心。显然，沿着PC弦建立管道，原料从P处到达C点处的时间与沿其他弦到达“等时圆”的圆周上所用时间相等。因而，要使原料从P处到达输送带上所用时间最短，需沿着PC建立管道。由几何关系可得：PC与竖直方向间的夹角等于 $\theta/2$ 。

【例6】如图8所示，在同一竖直平面内，从定点P到固定斜面（倾角为 θ ）搭建一条光滑轨道PM，使物体从P点释放后，沿轨道下滑到斜面的时间最短，则此轨道与竖直线的夹角 α 为多少？

解析：先用解析法求解。从定点P向斜面作垂线，垂足为D，



(下转第637页)

浅谈英语课堂教学中创新能力的培养

段丽侠

(吉林省长岭县第一中学 吉林 松原 131500)

[摘要] 学生是创新的主体,创新能力潜伏在每个学生的成长过程中。英语教学不仅仅是为了使学生掌握语言技巧,更是为了培养学生的良好个性,激发学生的探究欲望,培养其独立获取知识、综合语言运用的能力。因此把课堂还给学生,真正实现在教师的参与、指导和建议下,学生积极主动参与课堂教学,创造性地获取知识和运用知识,在教学活动中培养创新意识和创新能力,就显得尤为重要。

[关键词] 创新意识;思维;潜能

一、创设语言情境,培养学生创新意识

创新意识不是与生俱来的,而是经过培养逐步形成的。一声亲切的问候既能融洽师生关系,活跃课堂气氛,又能有利于学生创造性思维的形成。例如: Good morning, boys and girls! Glad to see you again. Hello, everyone !等都是我的开场白,像 That's all for today. So much for today. You're free. See you! 等则是一节课的结束语。教学中精心设计教学情景,唤起他们探求新知识的欲望。比如说在教圣诞节这一内容时,先展示一张圣诞树的照片,学生运用学过的知识,谈论圣诞树的装饰过程,接着出示 Father Christmas 的图片,同时播放外国民歌《铃儿响叮当》视频,用英语描述圣诞节的来历,这种身临其境的感受有助于学生理解圣诞精神的内涵,同时也分享着圣诞带给人们的快乐。谈论图片的时候,充分利用教师的体态语言和直观教具创设情境,通过做游戏、扮演角色等方式集中学生的注意力,寓教于乐,激发学生的兴趣,培养学生的创新意识,从而提高语言运用能力。

二、进行积极评价,鼓励学生创新思维

中学生是一个需要肯定、褒扬,需要体验成功的群体。在教学中,学生往往会产生一些想法,这时,教师应对学生的学习过程采取客观、公正、热情、诚恳的态度,作出积极的评价,鼓励学生的创新思维。例如,我在教学中将思维导图和记忆法相结合,让学生画单元思维导图,并展示优秀成果。英语中有些单词比较难记,利用拆分法,字母编码联想记忆单词,就会变得妙趣

横生。例如:“together在一起”这个单词,可以拆分成to get her,记成“为了(to)得到(get)她(her),和她“在一起”。再如,“educate教育”这个单词,可以拆分成e du cat e,记为两只鹅(e)堵(du)住了猫(cat)的去路,想要(教育)它。生动有趣,久而久之,学生就会自己联想记忆单词了。

三、挖掘教材因素,激发学生创新潜能

现行英语教材的特点是由浅入深,由易到难,逐步加深扩展,趋向于生活化,密切结合学生的需要,符合学生的兴趣,既能最大限度地激发学生学习的动机,又能做到学以致用,也很容易开发学生的创新思维和创新能力潜能。例如,谈论问路、指路的交际用语,并没有列出标准答案,因此教师便可以充分利用这个问题让学生积极展开讨论,激发学生的创新潜能,寻求所有可能的答案。现行英语教材中有不少课文本身就蕴含着创新教育因素,十分有利于教师鼓励、启发学生多提问题,善于质疑。

总之,在教学中如何培养学生的创新能力是非常重要的。英语教师要将创新教育与本学科教学紧密结合起来,将英语作为培养学生创新意识和创新能力的活动,积极探索在英语教学实践中实施创新教育的新途径。

参考文献

- [1] 杨秀玲. 浅谈英语课堂教学中创新能力的培养[J]. 成才之路, 2008(15): 22-22.
- [2] 余剑波. 浅谈高中英语课堂教学中创新能力的培养[J]. 科学咨询, 2009(19): 77-77.

(上接第636页)

如图9所示, 设P到斜面距离为h, 则轨道长度为

$$\overline{PM} = \frac{h}{\cos(\theta - \alpha)}$$

物体沿轨道下滑的加速度 $a = g \cos \alpha$

$$\text{由于 } \overline{PM} = \frac{1}{2}at^2$$

$$\text{联立解得: } t = \sqrt{\frac{2h}{g \cos \alpha \cdot \cos(\theta - \alpha)}}$$

令根式中分母 $y = \cos \alpha \cdot \cos(\theta - \alpha)$, 利用积化和差得:

$$y = \frac{1}{2}[\cos \theta + \cos(2\alpha - \theta)], \theta \text{ 一定, 当 } \alpha = \frac{\theta}{2} \text{ 时, 分母 } y \text{ 取得最大值, 物体沿轨道下滑的时间 } t \text{ 最小.}$$

再用“等时圆”作图求解。以定点P为“等时圆”最高点, 作出系列半径r不同(动态的)“等时圆”, 所有轨道的末端均落在对应的“等时圆”圆周如下图中甲所示, 则

$$\text{轨道长度均可表示为 } \overline{PM} = 2R \cos \alpha$$

物体沿轨道下滑的加速度 $a = g \cos \alpha$

$$\text{由于 } \overline{PM} = \frac{1}{2}at^2, \text{ 故得: } t = \sqrt{\frac{4r}{g}}$$

欲t最小, 则须“等时圆”的半径r最小。显然, 半径最小的“等时圆”在图中与斜面相切于M₂点, 如右图中乙所示。再根据几何关系可知: $\alpha = \frac{\theta}{2}$ 。

在这里, 用了转化的思想, 把求最短时间转化为求作半径最小的“等时圆”, 避免了用解析法求解的复杂计算。

[例7] 如图, 在设计三角形的屋顶时, 为了使雨水能尽快

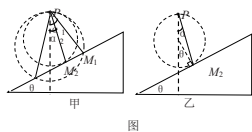


图 9

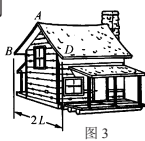


图 3

地从屋顶流下, 并认为雨水是从静止开始由屋顶无摩擦地流动。试分析和解: 在屋顶宽度(2L)一定的条件下, 屋顶的倾角应该多大? 雨水流下的最短时间是多少?

[解析]: 方法一: 如图所示, 设斜面底边长为l, 倾角为θ, 则雨滴沿光滑斜面下滑时加速度为 $a = g \sin \theta$, 雨滴的位移为 $x = l / \cos \theta$ 。

雨滴由斜面顶端由静止开始运动到底端,

$$\text{由运动学公式得 } \frac{l}{\cos \theta} = \frac{1}{2}g \sin \theta t^2, \text{ 得 } t = \sqrt{\frac{2l}{g \sin \theta \cos \theta}} = \sqrt{\frac{4l}{g \sin 2\theta}}$$

l、g一定, 所以当 $\theta = 45^\circ$ 时, $t_{\min} = \sqrt{\frac{4l}{g}}$

方法二(等时圆): 如图所示, 通过屋顶作垂线AC与水平线BD相垂直; 并以L为半径、O为圆心画一个圆与AC、BC相切。然后, 画倾角不同的屋顶A₁B、A₂B、A₃B...

从图4可以看出: 在不同倾角的屋顶中, 只有A₂B是圆的弦, 而其余均为圆的割线。根据“等时圆”规律, 雨水沿A₂B运动的时间最短, 且最短时间为

$$t_{\min} = \sqrt{\frac{2d}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 2L}{g}} = 2\sqrt{\frac{L}{g}}$$

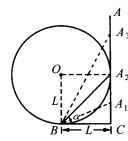


图 4

而屋顶的倾角则为 $\tan \alpha = \frac{L}{L} = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$

参考文献

- [1] 《高考试题研究》
- [2] 《2019年5年高考3年模拟》
- [3] 《高中物理解题方略》