关于解分式方程增根与无解的案例探析

赵 雪

（乡宁县第三中学 山西 临汾 042100）

[摘 要] 分式方程的增根与无解是两个截然不同的概念，分式方程无解包括两种情况，一是分式方程化为整式方程无解的情况，二是分式方程去分母后，所得整式方程的解若是分式方程的增根，则原方程也无解。

[关键词] 分式方程；方程；增根；无解

八年级华东师大版16.3《可化为一元一次方式方程》中，涉及到增根和无解的知识点，但大多数学生甚至我们一些教师在学习这个知识点时，往往把无解误认为增根，而忽略了分式方程所化成整式方程无解的情况，不妨我们看一课堂实例加以说明。

例1：当m为何值时，关于x的方程

$\frac{2}{x-3}+\frac{2mx}{(x+3)(x-3)}=\frac{3}{x+3}$ 有增根？

分析：先将分式方程转化为整式方程，再令最简公分母为零，解得增根，将增根代入整式方程即可求得字母的值。

解：两边都乘以（x-3）（x+3），约去分母，得

2（x+3）+2mx=3（x-3）

整理，得

（-1+2m）x= -15

令（x-3）（x+3）=0，解得x=3或x=-3.

把x=3；x=-3分别代入（-1+2m）x= -15，解得m=-2；m=3

故当m=-2或m=3时，原分式方程有增根。

从上例可知：增根使分式方程无意义，但满足由分式方程去分母后得到的整式方程。

例2： 解方程 $\frac{x-1}{x+2}=\frac{3-x}{2+x}+2$

解：去分母后化为x－1＝3－x＋2（2＋x）.

整理得0x＝8.

因为此方程无解，所以原分式方程无解.

[说明]此方程化为整式方程后，本身就无解，当然原分式方程肯定就无解了.由此可见，分式方程无解不一定就是产生增根.

例3：若关于x的分式方程 $\frac{2m+x}{x-3}-1=\frac{2}{x}$ 无解，求m的值？

解析：上方程无解与有增根是同一回事吗？我们不妨按解分式方程的步骤试试：方程两边同乘以x（x+3），得（2m+x-x（x-3）=2（x-3），即（2m+1）x=-6

⑴若关于x的分式方程 $\frac{2m+x}{x-3}-1=\frac{2}{x}$ 有增根，则x=0或x=3，

当x=0时，代入（2m+1）x=-6，得（2m+1）×0=-6，此方程无解；

当x=3时，代入（2m+1）x=-6，得（2m+1）×3=-6，解得m=-1.5.

⑵若整式方程（2m+1）x=-6无解，则（2m+1）=0，即m=-0.5，多数学生往往忽略分式方程化成整式方程无解这种情况，教学时要重点强调。

所以，原分式方程 $\frac{2m+x}{x-3}-1=\frac{2}{x}$ 无解时m=-0.5或m=-1.5。

由此我们应该知道分式方程有增根和无解是两个完全不同的概念。对于有增根的问题，我们可以化分式方程为整式方程，再把使最简公分母为零的未知数的值代入整式方程。求出其字母的值。对于无解的问题，我们可以化分式方程为整式方程，然后化成ax=b的形式，分两种情况讨论：1.a=0，b≠0；2.a≠0，$x=\frac{b}{a}$ 时，分式方程无解。

[结论]：弄清分式方程的增根与无解的区别和联系，能帮助我们提高解分式方程的正确性，对判断方程解的情况有一定的指导意义

通过以上的探讨，我们对于数学教学中的任一概念，应挖掘其内在含义，不要给学生留下模棱两可的印象，这样才能让学生很好地掌握所学知识，只有这样我们的课堂才能从魅力、高效转换为优质课堂。

参考文献

[1]《中考指导》《中小学数学》；《课程、教材、教法》。

（上接第712页）

抽象出两条直线的位置关系，为学生搭建起数学知识与生活原型的桥梁，烙下学习的印迹。只要说到铅笔，就会抽象出直线，只要再次遇到类似的现象（如钢管、电线等），就会浮现出“相交”、“不相交”，就会下意识联想到“垂直”与“平行”，这样的印象是直观的，是生活中随处可见的.当学生遇到困难知识时，就能找到这样一种数学印象，从身边开始挖掘和寻找，根深蒂固的印象为学生认知水平的发展找到了归宿点，使认知更鲜活。

（二）“以物代言”的数学印象。这种数学印象是将语言难以表达或不易表达的数学思考具体化、具象化，而达到“以物代言”的目的。本课例中，对于“同一平面”和“垂直”两个抽象概念的精巧处理，就在“物”上下了功夫，“纸盒”、“活动的十字架”成了数学知识激活、传递的工具，它们成为建立形象而准确数学概念的载体，成为空间思维发展的托物。见到此类现象，学生就能追忆出这样的数学印象，比如，在今后学习“异面”、“角的大小由角两边叉开的大小决定”等知识时，都能用这里所建立的“印象”来直接作用，有效持久地建构了方法、提升了技能。

（三）“咬文嚼字”的数学印象。咬文嚼字是语文教学常用的通法，但数学课也能用，而且能为学生烙下深刻印象。本课例中，让学生充分从事抓词语、析主干的机会，经历“圈”、“点”、“勾”、“画”等符号化的过程，目的就在于给学生建立要学好数学，必须从“咬文嚼字”开始的印象，这种印象能帮助学生养成“读数学，读出语文式的数学味”的品质，纵观数学概念、定义、定理以及解决问题等必须经历“咬文嚼字”的过程，“书读百遍其义自现”，我要说：数学书，读百遍，算理意义，其自现！

参考文献

[1]教育部.义务教育数学课程标准（2011年版）[S].北京：北京师范大学出版社，2012.

[2]（苏）B.A.苏霍姆林斯基.给教师的建议[M].教育科学出版，1984.75