高考平面向量题型

王玉才

（云南省昆明市嵩明县第一中学　云南　昆明　651799）

［摘　要］ 根据全国新课标高考标准卷的统计分析可看出：平面向量是高考中的必考部分，主要以一道选择或填空的形式出现，常与命题、三角函数和圆锥曲线等内容相结合来考查，由于向量具有表示方法多、联系知识多、解题思路多的特点使得这一题的得分率比较低。

［关键词］ 高考；平面向量

一、对于平面向量的概念、基本定理及运算的考查。

类型 1：直接考查向量的相关概念，要求学生熟悉向量的相关概念，正确理解向量、向量的模、零向量、单位向量、相反相量、共线向量等概念，这些概念也是解决这类问题的关键所在。

例 1：已知点 $A(1,3)$ $B(4,-1)$，则与向量 $\overrightarrow{AB}$ 同方向的单位向量为（　）

A. $(\frac{3}{5},-\frac{4}{5})$　B. $(\frac{4}{5},-\frac{3}{5})$　C. $(-\frac{3}{5},\frac{4}{5})$　D. $(-\frac{4}{5},\frac{3}{5})$

这一题考查的主要是平面向量的概念，要求学生能够正确理解向量、单位向量、共线向量的概念。

解答：由 $A(1,3)$ $B(4,-1)$，得 $\overrightarrow{AB}$ =（3，-4），则与向量 $\overrightarrow{AB}$ 同向的单位向量为 $(\frac{3}{5},-\frac{4}{5})$，故本题选择 A。

类型 2：对平面向量共线向量基本定理的考查，这要求学生能够正确掌握并理解该定理的内容“向量 $\vec{a}(\vec{a}\neq\vec{0})$ 与向量 $\vec{b}$ 共线，当且仅当有唯一一个实数 λ，使 $\vec{b}=\lambda\vec{a}$”；及两平面向量 $\vec{a}=(x_1,y_1)$ $\vec{b}=(x_2,y_2)$ 共线的坐标条件是 $x_1y_2-x_2y_1=0$ 在解题中的运用。

例 2：已知向量 $\vec{a}=(2,1)$ $\vec{b}=(x,-2)$，若 $\vec{a}/\vec{b}$，则 $\vec{a}+\vec{b}=$（　）

A. $(-2,-1)$　B. $(2,1)$　C. $(3,-1)$　D. $(-3,1)$

解决该题的关键就是能够正确运用两平面向量共线的条件。方法一：因为 $\vec{a}/\vec{b}$，所以存在唯一实数 λ 使得 $\vec{b}=\lambda\vec{a}$，即 $(x,-2)=\lambda(2,1)=(2\lambda,\lambda)$，也就是 $\begin{cases}2\lambda=x\\ \lambda=-2\end{cases}$，所以 $x=-4$；方法二：利用两平面向量共线的坐标条件：$2\times(-2)-1\times x=0$，得 $x=-4$。从而得到 $\vec{b}=(-4,-2)$，所以解得 $\vec{a}+\vec{b}=(-2,-1)$。

类型 3：对平面向量基本运算的考查，主要包括平面向量的加法和减法及数乘运算的考查，考查形式主要是与三角形、平行四边形等图形结合的形式。解决这类题应先依题意画出相应的图形，再利用平面向量的基本运算法则来解决相关的问题。

例 3：设 M 是平行四边形 $ABCD$ 的对角线的交点，O 为任意一点，则 $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=$（　）

A. $\overrightarrow{OM}$　B. $2\overrightarrow{OM}$　C. $3\overrightarrow{OM}$　D. $4\overrightarrow{OM}$

本题就是将平面向量的运算与平行四边形相结合来考查向量的运算。解答本题时，首先要画出相应的平行四边形，再利用向量运算的平行四边形法则求解。由图形及题意可得

$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=2\overrightarrow{OM}$，$\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OD}=2\overrightarrow{OM}$，

所以 $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=4\overrightarrow{OM}$，故选择 D。

类型 4：对于平面向量基本定理的考查。主要是考查对于平面向量基本定理（如果 $\vec{e_1},\vec{e_2}$ 是平面内两个不共线向量，那么对于这一平面内任意向量 $\vec{a}$，有且只有一对实数 λ_1,λ_2，使 $\vec{a}=\lambda_1\vec{e_1}+\lambda_2\vec{e_2}$）的理解和运用；及向量的坐标运算。

例 4：$\vec{e_1},\vec{e_2}$ 为不共线向量，且 $\vec{a}=-\vec{e_1}+3\vec{e_2}$，$\vec{b}=4\vec{e_1}+2\vec{e_2}$，$\vec{a}=\lambda_1\vec{e_1}+\lambda_2\vec{e_2}$，若 $\vec{b},\vec{c}$ 为一组基底，则 $\vec{a}=$________

本题考查平面向量的基本定理以及向量的运算，

设 $\vec{a}=\lambda_1\vec{b}+\lambda_2\vec{c}$，则 $-\vec{e_1}+3\vec{e_2}=\lambda_1(4\vec{e_1}+2\vec{e_2})+\lambda_2(-3\vec{e_1}+12\vec{e_2})$，

即 $-\vec{e_1}+3\vec{e_2}=(4\lambda_1-3\lambda_2)\vec{e_1}+(2\lambda_1+12\lambda_2)\vec{e_2}$，所以 $\begin{cases}4\lambda_1-3\lambda_2=-1\\ 2\lambda_1+12\lambda_2=3\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}\lambda_1=-\frac{1}{18}\\ \lambda_2=\frac{7}{27}\end{cases}$，所以 $\vec{a}=-\frac{1}{18}\vec{b}+\frac{7}{27}\vec{c}$。

二、对于平面向量的数量积及其应用的考查

平面向量的数量积是近几年来高考命题的热点，多数以选择题、填空题的形式出现。主要以两平面向量的垂直关系、平面向量的模以及两平面向量的夹角等内容来考查两平面向量数量积的运算。

例 1：已知 $\vec{a},\vec{b}$ 是平面向量，若 $\vec{a}\perp(\vec{a}-2\vec{b})$，$\vec{b}\perp(\vec{b}-2\vec{a})$，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角是（　）

A. $\frac{\pi}{6}$　B. $\frac{\pi}{3}$　C. $\frac{2\pi}{3}$　D. $\frac{5\pi}{6}$

本题以平面向量垂直及夹角的形式来考查平面向量的数量积。由题意得 $\begin{cases}\vec{a}\cdot(\vec{a}-2\vec{b})=0\\ \vec{b}\cdot(\vec{b}-2\vec{a})=0\end{cases}$，得 $\begin{cases}\vec{a}^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}=0\\ \vec{b}^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}=0\end{cases}$，所以 $|\vec{a}|=|\vec{b}|$，从而有 $|\vec{a}|^2-2|\vec{a}|\,|\vec{a}|\cos\theta=0$，解得 $\cos\theta=\frac{1}{2}$，所以 $\theta=\frac{\pi}{3}$。故选择 B.

例 2：已知向量 $\vec{a}=(\sin\theta,\cos\theta)$，$\vec{b}=(3,4)$，若 $\vec{a}\perp\vec{b}$，则 $\tan2\theta$ 等于（　）

A. $\frac{24}{7}$　B. $\frac{6}{7}$　C. $-\frac{24}{25}$　D. $-\frac{24}{7}$

本题是将平面向量的数量积坐标计算与三角函数计算相结合。由 $\vec{a}\perp\vec{b}$ 得 $3\sin\theta+4\cos\theta=0$，所以 $\tan\theta=-\frac{4}{3}$，由正切的二倍角公式得 $\tan2\theta=\frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}=\frac{2(-\frac{4}{3})}{1-(-\frac{4}{3})^2}=\frac{-\frac{8}{3}}{1-\frac{16}{9}}=\frac{-\frac{8}{3}}{-\frac{7}{9}}=\frac{8}{3}\times\frac{9}{7}=\frac{24}{7}$，故选择 A.

例 3：在 ΔABC 中，$\angle BAC=90^\circ$，D 是 BC 的中点，AB=4，AC=3，则 $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}=$（　）

A. -7　B. $-\frac{7}{2}$　C. $\frac{7}{2}$　D. 7

本题是将平面向量的数量积的计算问题放在三角形中解决，体现了平面向量基本定理的灵活运用。由 D 是 BC 的中点，可得

$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}=\frac{1}{2}(AC+AB)\cdot(AC-AB)=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AC}^2-\overrightarrow{AB}^2)=\frac{1}{2}\times(3^2-4^2)=-\frac{7}{2}$，故选择 B。

例 4：设 $P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$ 是抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 上相异两点，Q,P 到 y 轴的距离的积为 4 且 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}=0$，$PQ$ 交 x 轴于 E，求该抛物线方程。

本题是将平面向量知识与圆锥曲线相结合。

解答：$\because\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}=0$，则 $x_1x_2+y_1y_2=0$，又 Q,P 在抛物线上，故 $y_1^2=2px_1$，$y_2^2=2px_2$，故得 $\frac{y_1^2}{2p}\cdot\frac{y_2^2}{2p}+y_1y_2=0$，$y_1y_2=-4p^2$，$\therefore|x_1x_2|=\frac{(y_1y_2)^2}{4p^2}=4p^2$

又 $|x_1x_2|=4$，故得 $4p^2=4$，所以 $p=1$，故抛物线的方程为 $y^2=2x$。