

导数与函数单调性课例分析及其教学改进

李 炜

(安徽省蚌埠市第三中学 安徽 蚌埠 233000)

[摘要] 精心的教学设计是实施有效教学的前提,精彩的教学生成是在教师引导,凸显学生主体学习活动及师生互动、共同学习提高的过程。教学中教师应该机智巧妙地引导学生化解和消除学习中的难点,促成精彩的教学生成,提高教学效率,切不可因追求完成预定的教学进度而跳过学生知识的困惑点,忽视学生自主学习过程,形成学生思维的空洞,影响学生思维能力的提升,造成教学低效。

[关键词] 导数;函数单调性;课例分析

引言

教师应该机智巧妙地引导学生,化解和消除学习中的难点,促成精彩的教学生成,提高教学效率,切不可因追求完成预定的教学进度而跳过学生知识的困惑点,忽视学生自主学习过程,形学生思维的空洞,影响学生思维能力的提升,从而造成教学低效。现以课例“导数与函数单调性”予以分析说明。

1 教学过程简述

首先,教师通过复习梳理知识点导入新课,强调了函数的定义域、单调区间,重点说明和澄清了导数和函数单调性的关系。其次,教师选取了一道典型的例题—2017年全国高考I卷中压轴题21题:已知函数 $f(x) = ae^{2x} + (a-2)e^x - x$,讨论 $f(x)$ 单调性。

接着,教师开始解题分析,并组织教学:学生分组,合作学习,讨论研究;教师提问,学生集体回应;教师讲解,黑板和电子白板交互使用,讲解思路清晰,声音洪亮,感情充沛。

教学中,教师按照参数 a 的范围通过分类讨论的方法解决了 $a=0$ 和 $a>0$ 的情况。将 $a<0$ 的情况留给学生课后去做。可是就本例题学生主体学习思维活动以及学习中存在的问题都没能够充分地体现出来,教师也没有进行方法的归类、总结和提炼。

2 教学建议

高三数学课堂教学不可平均着力应该集中精力攻克一点一教学核心问题。即将前面的例题作为重点和难点突破,应该不惜教学时间进行参数范围的各种情况的分析和讨论,同时教师规范板书解题步骤,展示解答思路。只有将这一重难点解决好,才能水到渠成地进行下一步的教学。最主要的是要将三种情况分析进行归纳和总结,总结规律和方法,形成解决这一类问题的通法,然后再做针对性练习、变式练习、高考模拟练习,达到教学的预期效果,进一步拓展学生思维空间,提升学生的思维能力和解决问题的能力,培养学生数学学科核心素养。

3 教学改进

题目:已知函数 $f(x) = ae^{2x} + (a-2)e^x - x$,讨论 $f(x)$ 单调性。

1. 计算能力考查点:求函数 $f(x)$ 的导数

求导: $f'(x) = 2ae^{2x} + (a-2)e^x - 1$ 。

(1) 教学分析:对于函数的求导,学生容易发生计算上的错误,这是一个易错点,教师不应该忽略这个计算过程,应该对学生加强训练,增强学生的基本运算能力。

(2) 教学策略:学生自主练习,先求函数 $f(x)$ 的导数,同时抽取几位不同学习水平的学生上黑板板演。观察学生的解题情况,暴露学生解题的思维过程,及时发现错误,及时纠正和完善。重在考查和提升学生的数学核心素养—计算能力。

2. 思维突破点:函数导数分解因式

(1) 教学分析:这是一个思维触发点因为通过函数导数讨论导数的正负来判断函数的单调性,所以要考虑参数 a 的范围。

但就原导数的形式直接讨论较为困难,故将导数分解因式,将问题转化, $f'(x) = (2e^x+1)(ae^x-1)$ 。这一过程体现了数学转化与化归思想,也就是数学核心素养——数学抽象的形成过程。

(2) 教学策略:教师适时启发学生进行自主思考、实践操作、合作探究和交流,让学生领会将导数分解因式的意图——便于讨论导数的符号。

3. 能力生长点:导数符号的讨论

(1) 教学分析:通过前面的知识铺垫,此时,教学活动中已经构建了学生的最近发展区,按照参数 a 的取值范围分为 $a=0$, $a<0$, $a>0$ 三种情况进行讨论。

如何选择其一讨论?显然体现的是由特殊到一般,从简单到复杂的数学演绎和化归思想。即首先从特殊情况 $a=0$ 讨论,当 $a=0$ 时, $f'(x) = (2e^x+1)(ae^x-1) = -(2e^x+1) < 0$ 。其次,到底讨论 $a<0$ 还是 $a>0$?这里就是学生能力的生长点。重点考查学生敏锐的数学感觉,即是考查和提升学生的数学核心素养—数据分析能力。

显然,按照由易到难的原则,应该先讨论:当 $a<0$ 时, $f'(x) = (2e^x+1)(ae^x-1) < 0$,因此当 $a \leq 0$ 。时, $f'(x) = (2e^x+1)(ae^x-1) < 0$,函数 $f(x)$ 在定义域 $(-\infty, +\infty)$ 上单调递减。

对第三种情况“ $a>0$ ”的讨论是难点。这一点上,教师应当花大力气进行教学引导和分析,加强学生综合应用知识解决问题的能力。比如解方程还需要结合函数知识,判断导数的符号必须结合不等式和函数的知识,等等。因此,这个难点既是学生的困惑点,也是知识的交汇点,更是能力的生长点。

(2) 教学策略:教师组织学生分组讨论,合作探究,相互交流。小组代表发言,师生对话、互动、点评、解决简单的两种情况 $a=0$, $a \leq 0$,然后筛选优秀的小组代表进行板演,幻灯片展示完整解题过程,师生共同总结解决这类问题的通法和规律。

结论

总之,高三复习教学应该切中学生的学情,以学生视角观察问题、思考问题、解决问题。把学生作为备课资源,访谈学情,深入了解学情,研究学情,尽量让学生能够参与教师的备课活动。致力解决学生知识困惑点、衔接点、交汇点;巡查学生思维的盲点、转折点、生长点;把控教学的关键点、灵感的触发点、思维的创新点。多种方法创建学生思考,开拓学生的思维空间。

参考文献

[1] 史娇. 基于普通高中数学课程标准(2017年版)下微积分内容探究及教学研究[D]. 山东师范大学, 2019.

[2] 李龙才. 注重抽象概括共同本质特征, 凸显导数的内涵及其几何意义——在“导数的概念及其几何意义”的教学中落实核心素养[J]. 中国数学教育, 2019(08): 59-64.

[3] 蔡振树. 高中数学有意义教学探究——利用导数研究函数单调性案例分析[J]. 数学学习与研究, 2019(05): 114.