

# 高中数学立体几何中几何体的夹角求法探微

冯建新

(辽宁省盘锦市高级中学 辽宁 盘锦 124000)

**【摘要】** 数学一直是高中学习阶段中存在难题最多的一项学科, 我们在学习的时候要将里面一些值得深入研究以及思考的问题进行重视, 这样才能够将数学知识难度降低。立体几何相关的知识点一直是高中数学知识中关键的构成, 而其夹角的求解也是制约我们数学成绩提升的关键原因。本文就以实际的立体几何题目为基础, 详细阐述了高中数学立体几何中几何体的夹角求法。

**【关键词】** 高中数学; 几何体学习; 肢解几何

随着课程改革的不断深入, 高中数学中的几何体部分考核内容也发生了较大的变化, 更加重视考察学生的空间想象能力、逻辑分析能力以及图形分析能力等, 为此高中生也应该及时转变学习理念和学习方法, 从而利用正确的方法肢解几何体, 提高在这一过程中的学习效率<sup>[1]</sup>。

## 一、紧密联系现实生活

高中生在学习数学几何体的内容时, 可以将具体的学习内容和现实生活之间进行紧密的联系。一位著名学者曾经说过, 当学生将所学习的内容和自己原有的知识结构充分结合在一起的过程中, 就会出现有意义的事情, 因此能够对学生学习质量产生重要影响的主要因素就是学生自身的知识结构。为此在学习过程中, 学生应该注重联系生活实际, 从而通过生活中的各种现实案例, 来分析相关几何知识, 让那些抽象的数学内容更加容易理解, 高中生也能找到一个学习和理解知识点的寄托, 减少学生对于数学的畏惧感, 促进学生空间想象能力的有效提高<sup>[2]</sup>。比如在学习公理3的过程中, 学生可以充分联系我们日常生活中出门时的锁门过程, 并进行解析, 比如将门侧两个固定的铰链当作是两个点, 随后将门锁看作是一个点, 在锁门的同时, 三个点也被固定, 锁好后, 三个点形成了一个平面, 同时无法让位置出现变化, 从而将一种比较抽象的公理转化成立体几何进行理解。

## 二、熟练掌握几何逻辑

高中生所接触到的数学立体几何都比较简单, 因为高中是学生打好数学基础的重要阶段, 在这一过程中, 学生也应形成基础的逻辑推理能力, 通过数形结合、案例学习方法等进行多样化的学习体验, 从而促进高中生解题能力与整体知识结构的有效扩展。比如在四棱锥等知识内容学习过程中, 学生就可以通过案例法进行解题分析, 不仅能够促进学习难度的有效降低, 同时还能够加深学习印象, 提高学习效率。在解题的过程中, 可以灵活运用反证法, 假设出一个存在的点, 随后通过相应的证明条件来证明是否存在矛盾, 将高中生逻辑分析能力尽最大程度提升起来<sup>[3]</sup>。能够灵活运用各种基础知识, 重视分析立体几何相关内容中的各种逻辑关系, 从而有效探索学习方法。

## 三、灵活使用切片定位法

学习立体几何知识的过程中, 最为重要就是让高中生能够明确辨别立体几何中的面、线和点之间的关系, 但是大部分高中生在遇到几何体中确立面、线和点的位置联系时, 通常会出现困惑心理, 随着数学问题中几何图形难度的不断增加, 位置关系的确定难度也会相继提高。在地质学和生物学中, 人们通常会通过切片方法对植物组织或是矿物的内部结构等因素进行观察与分析, 这种解析方法在一定程度上提高了数学几何方面的解题效率, 给数学几何问题提供了全新的解题渠道, 为此高中生可以充分利用这一解题方法, 通过切片定位方法来解决各种几何问题, 这也是立体几何的重要学习策略之一<sup>[4]</sup>。在使用这一方法进行学习或是解题的过程中, 其中发挥主要力量的基础因素就是基础图形的作用, 先容基础的图形入手, 随后在到变化的图形, 最后到综合性的图形, 让学生通过几个连接起来的拥有一定逻辑联系的问题进行推理论证的相关训练, 并能够灵活使用各种几何理念、立体几何的性质以及相应的定理公式等来解决现实问题。让学生能够熟练掌握思维的道理。比如高中数学教材中的八种判定定理以及性质定理就是我们所说的基础图形。掌握基础图形后, 能够有效避免对相应的符号和文字公式等进行机械式的死记硬背, 从而能够更加轻易地看到性质、定理、公理等内容的几何本质, 其次是在解题过程中, 在基础图形定位的基础上, 通过图形来寻找各种论证依据, 从而将各种推理的依据变成各种平面问题, 通过相关的图形来总结立体几何知识, 将立体几何的推理思路串联起来, 促进立体几何直观观察与推理逻辑的有机结合, 促进学生论证推理能力和空间想象能力的有效提高<sup>[5]</sup>。

## 四、案例分析

### (一) 直线直线形成的夹角求解

例1: 如图1所示, 在直三棱柱 $A_1B_1C_1-ABC$ 中,  $AB \perp AC$ ,  $AB=AC=2$ ,  $AA_1=4$ , 点D为BC中点。根据已知条件求解以下问题。

(1) 求异面直线 $AB_1$ 和 $CD_1$ 构成角的余弦值; (2) 求解平面 $ADC_1$ 和 $ABA_1$ 构成的二面角正弦值。

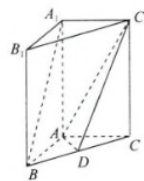


图 1

解析: 在对这道题目进行阅读之后, 能够发现主要是对我们异面直线、二面角以及空间向量等相关的基础知识和基本性的运算能力进行考查, 其中要使用空间向量解决问题的方式解答题目。

### (二) 二面角的求解方式

例2: 如图2所示, 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,  $AA_1C_1C$ 为四的正方形, 平面 $ABC \perp$ 平面 $AA_1C_1C$ 。AB为3, BC为5。根据这些已知的条件对下面的问题进行求解。

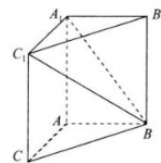


图 2

(1) 求证:  $AA_1 \perp$  平面 $ABC$ 。求二面角 $A_1-BC_1-B_1$ 的余弦值。

(3) 证明: 在线 $BC_1$ 之上存在点D, 这让 $AD \perp A_1B$ , 并且将 $\frac{BD}{BC_1}$

的值求解出来。

由于四边形 $AA_1C_1C$ 是一正方形, 因此 $AA_1$ 垂直 $AC$ , 而又因为平面 $ABC \perp$ 平面 $AA_1C_1C$ , 并且 $AA_1$ 垂直在这两个平面交线 $AC$ , 因此 $AA_1 \perp AB$ , 在题目中能够知道 $AB=3$ ,  $BC=5$ ,  $AC=4$ , 因此 $AB \perp AC$ 。在图中可知, 将A作为原点建设相关的空间直角坐标系 $A-xyz$ , 在这个基础上就能够得到各个顶点的坐标, 然后根据实际的坐标计算其余弦值。

## 结语

综上所述, 在学习高中数学的过程中, 学生想要提高自身的学习成绩, 应该从基础入手掌握正确的学习方法, 如此才能获得事半功倍的效果, 提高自身的学习能力, 培养起良好的学习意识, 正确理解和认识几何体, 从而才能促进学习效果的有效提高。在学习几何知识的过程中, 应该养成良好的自主学习习惯, 为后期学习打好基础。

## 参考文献

- [1] 高小妮. 高中数学立体几何方面的教学探究[J]. 数理化题研究, 2019, (24): 10-11.
- [2] 成波. 高中数学解题策略研究 ——以高中的立体几何为例[J]. 考试周刊, 2019, (83): 98-99.
- [3] 康继军. 多媒体技术在高中数学立体几何教学中的应用研究[J]. 中学生数理化(教与学), 2019, (9): 10.
- [4] 马梅英. 高中数学立体几何教学现状及对策分析[J]. 新课程·下旬, 2019, (9): 22.
- [5] 谭先觉. 高中数学立体几何解题方法分析[J]. 中外交流, 2019, 26(22): 146.