

溶解，还原性，挥发性等性质)的多种用处(疫情下必备生活药品)；对比肥皂水(溶液呈碱性)和洗衣液(溶液呈酸性)的去污力及混合两种后(酸碱中和)的去污力；利用各种生活物品去除生锈的铁和被氧化的铜(酸性和还原性)等。以上材料说明生活离不开化学，大众一定要具备必需的基础化学知识，能利用所学化学知识的原理防止突发意外，也能利用化学知识更好的服务生活，装点生活。

四、化学实验效果生活化

化学实验并非纸上谈兵，它不仅仅在教科书上，生活中无处不在。学生也不仅只在学校学习，更需要的是利用所学知识更好地应用于生活，服务于社会。例如利用食盐、铁锈、铜丝的焰色反应应用于舞台展示；在玻璃或化妆品等小型装置上镀银；利用生活中的天然植物油和植物色素、蜂胶进行DIY制作口红、指甲油、精油皂等。这些生活实验操作简单，现象明显、实用性和趣味性都强，可以有效提高学生的思维能力及创新精神。

五、化学实验场所生活化

学生在学校的时间远多于在家，学校主要以文化课为主，化学实验在学校是很难开展。教学中可提倡利用活动课、拓展课、课余时间或周末制作一些可行的家庭小实验。例如取食盐、纯碱、小苏打等生活物品于煤气灶进行焰色反应；利用家庭灶台燃烧检查护肤品的重金属含量；测定厨房中洗洁精、肥皂水、洗发水、牙膏、

雨水、自来水的pH；寝室里检验肥皂水和洗衣液的去污能力与混合后的去污力的比较；还有各种燃料的燃烧如甲烷的燃烧，乙醇的氧化等都可在生活各场所完成。化学源于生活，又将回归生活，学以致用才是最终目的。

教师在化学实验教学过程中，若能做到以生活为本，使化学实验教学回归生活，充分利用身边的生活资源，尽可能把所学知识与生活联系，拉近化学与生活的距离，有利于学生从化学的视角去认识和解释生活中的一些现象，同时通过熟悉的生活物品和经验反推化学的原理，实现化学实验生活化，社会生活实验化的双赢，从而激发学生化学的热情，培养探索创新能力，提升化学学科的基本素养。

参考文献

[1]王建民.将教材资源设计成生活化实验的案例[J].化学教育,2017第38卷第15期P14
 [2]陈丽峰.浅谈让生活化教学融入化学实验教学[J].中外交流,2016第22期1005-2623
 [3]侯盛林.依托生活化化学实验培养学生的科研创新能力[J].商情,2018第26期P183-184
 [4]高峰.核心素养下对化学微型实验生活化的探究[J].速读(中旬),2019第6期P53

含参数的一元二次不等式在限定区间内恒成立问题的解法

祝仰河

(广东省深圳市宝安职业技术学校 广东 深圳 518000)

摘要 主要研究含参数的一元二次不等式在限定区间内恒成立问题的一般解法，核心是转化为有限定区间的二次函数问题。借助二次函数，结合数形结合的思想解决这类问题，主要有两种解法：对称轴法、判别式法。处理好变轴与定区间之间的关系以及利用函数的单调性是解决这类问题之关键。

关键词 二次函数；对称轴法；判别式法；变轴；定区间

含参数的一元二次不等式在限定区间内恒成立问题可转化为含参数的二次函数在限定区间内 $f(x) > 0$ 恒成立的问题。现就例题形式介绍这两种解法。

一、直接使用

例1. 若不等式 $x^2 + ax + 3 - a > 0$ ，对不等式 $-2 \leq x \leq 2$ 的一切实数 x 恒成立，求实数 a 的取值范围。

解法(一) 对称轴法

设 $f(x) = x^2 + ax + 3 - a$ ，其函数是开口向上的抛物线，且对称轴 $x = -\frac{a}{2}$

对于满足 $-2 \leq x \leq 2$ 的一切实数 x ，恒有 $f(x) > 0$ ，分三种情形讨论：

(1) 当 $-\frac{a}{2} \leq -2$ 时， $f(x)$ 在 $[-2, 2]$ 上是增函数

$$\therefore \begin{cases} -\frac{a}{2} \leq -2 \\ f(-2) = 7 - 3a > 0 \end{cases} \Rightarrow \text{无解.}$$

(2) 当 $-2 < -\frac{a}{2} < 2$ 时， $f(x)$ 在 $[-2, 2]$ 上有增有减

$$\therefore \begin{cases} -2 < -\frac{a}{2} < 2 \\ \Delta = a^2 - 4(3 - a) < 0 \end{cases} \Rightarrow -4 < a < 2.$$

(3) 当 $-\frac{a}{2} \geq 2$ 时， $f(x)$ 在 $[-2, 2]$ 上是减函数

$$\therefore \begin{cases} -\frac{a}{2} \geq 2 \\ f(2) = 7 + a > 0 \end{cases} \Rightarrow -7 < a \leq -4.$$

综合(1)、(2)、(3)可得， $-7 < a < 2$ 。

因此， a 的取值范围： $(-7, 2)$ 。

解法(二) 判别式法

设 $f(x) = x^2 + ax + 3 - a$ ，其函数是开口向上的抛物线，且对称轴 $x = -\frac{a}{2}$ 。

对于满足 $-2 \leq x \leq 2$ 的一切实数 x ，恒有 $f(x) > 0$ ，只需满足：

$$(1) \Delta = a^2 - 4(3 - a) < 0 \text{ 或 } (2) \begin{cases} \Delta = a^2 - 4(3 - a) \geq 0 \\ f(-2) = 7 - 3a > 0 \\ f(2) = 7 + a > 0 \\ (-\frac{a}{2} - 2)(-\frac{a}{2} + 2) \geq 0 \end{cases}$$

由(1)得， $-6 < a < 2$ ；

由(2)式得， $-7 < a \leq -6$ 。

综合(1)、(2)得 $-7 < a < 2$ 。

因此， a 的取值范围： $(-7, 2)$ 。

点评：属于二次函数变轴定区间问题。分为以对称轴为主及以判别式为主的两种解法。

1. 利用对称轴法解题的关键是分类讨论对称轴与定区间关系，对称轴所属区间一般分为 $(-\infty, a], (a, b), [b, +\infty)$ 三个区间，即在区间左边、区间上、区间右边。

2. 利用判别式法解题的关键是分类讨论 $\Delta < 0$ 及 $\Delta \geq 0$ 的情形，其中，在 $\Delta \geq 0$ 的前提下，利用函数的单调性综合列出对称轴与区间端点之间的代数关系以及区间

端点的函数值大于0关系。

二、变形使用

例3. 对一切实数 x ，不等式 $\frac{x^4 + 2x^2 + 4}{m(x^2 + 2)} \geq 1$ 成立，求实数 m 的取值范围。

$$\text{解: } \frac{x^4 + 2x^2 + 4}{m(x^2 + 2)} \geq 1 \Rightarrow \frac{x^4 + 2x^2 + 4}{m(x^2 + 2)} - 1 \geq 0, m > 0,$$

$$\therefore x^4 + (2 - m)x^2 + 4 - 2m > 0, m > 0.$$

令 $t = x^2$ ，

则， $f(t) = t^2 + (2 - m)t + 4 - 2m, m > 0$ ，且当 $t \geq 0$ 时， $f(t) \geq 0$ 恒成立。

先讨论 $f(t) > 0$ 恒成立的情形

对称轴 $t = \frac{m}{2} - 1$ ，所以

$$(1) \begin{cases} m > 0 \\ \Delta = (2 - m)^2 - 4(4 - 2m) < 0 \end{cases}, (2) \begin{cases} m > 0 \\ \Delta = (2 - m)^2 - 4(m - 2m) \geq 0 \\ f(0) = 4 - 2m \geq 0 \\ (\frac{m}{2} - 1 - 0)(\frac{m}{2} - 1 - \infty) > 0 \end{cases}$$

由(1)得， $0 < m < 2$ ，由(2)得，无解。综合(1)、(2)得 $0 < m < 2$ 。

当 $m = 2$ 时， $f(t) = 0$ 恒成立。

因此， $0 < m \leq 2$ 。

系。

点评：转化为含参数的一元二次不等式恒成立问题，本题采用的是判别式法，也可以用对称轴法求解。

三、练习题

- 若 $2x^2 + ax + 2 > 0$ ，对于任意 $x > 0$ 时恒成立，求实数 a 的取值范围。
- $f(x) = x^2 + 2mx + m^2 - \frac{m}{2} - \frac{3}{2}$ ，当 $x \in (0, +\infty)$ ， $f(x) > 0$ ，求实数 m 的取值范围。
- 已知 $f(x) = x^2 + 2(\lg a)x + (\lg a)^2 - 1$ ，问 a 在什么范围时， $y = f(x)$ 对应于 $0 \leq x \leq 1$ 的那段曲线位于 x 轴的上方。
- 已知函数 $f(x) = x^4 + (a - 2)x^2 + 5 - a$ ，对于任意实数 x ，恒有 $f(x) > 0$ ，求实数 a 的取值范围。
- 已知 $x^4 + 8(a - 2)x^2 - a + 5 > 0$ ，对于任意实数 x 均成立，求实数 a 的取值范围。

四、结束语

综上所述，含参数的一元二次不等式恒成立问题把不等式、函数、三角、几何等内容有机地结合起来，其以覆盖知识点多，综合性强，解法灵活等特点而倍受命题者的青睐。另一方面，在解决这类问题的过程中涉及的“函数与方程”、“化归与转化”等数学思想对锻炼学生的综合解题能力，培养其思维的灵活性、创造性都有着独到的作用。

参考文献

[1]竺仕芬. 激发兴趣，走出误区——综合高中数学教学探索[J]. 宁波教育学院学报, 2003(4)
 [2]杨培谊, 于鸿. 高中数学解题方法与技巧[M]. 北京: 北京学院出版社, 1993