

# 一元二次方程错题解析

王军

江苏省南京市金陵华兴实验学校

**[摘要]**一元二次方程是初中数学的重点内容，也是教学中重点和难点，在中考中的出现频率较高，是如今的考试热点，学生在解题时，常常因为大意导致丢分，影响到考试成绩，在解题时，学生常常会因为思虑不慎而错误解题，因此本文对以下几个例题进行剖析，分析在解题中常犯的几个错误，帮助学生找到做错的原因，分析解题思路，让学生不仅能够做对题，还能知道为什么会做错，提高学生的一元二次方程的掌握程度，在考试中能够灵活的运用解题思路，提高解题的正确性，避免在解题时出现错误。

**[关键词]**方程；错题；解析

**【DOI】**10.12252/j.issn.2096-6288.2020.03.292

## 一、概念混淆

例题：在下列方程中，哪个是一元二次方程？

1.  $5x^2=4x$

2.  $(x^2-3)^2+4x-1=0$

3.  $2/1x^2+3x-\sqrt{2}/2=0$

4.  $x^2=0$

错题分析：之所以会将2认为是一元二次方程，主要是缺乏方程整合，认为 $2/1x^2+3x-\sqrt{2}/2=0$ 不是一元二次方程，则是错误的将其理解成为分式方程，认为4不是一元二次方程的原因是因为缺乏一次项，常数项比较具有迷惑性。想要看一个方程是不是一元二次方程，只需要按照一定的步骤，就能分辨出来。首先拿到一个方程时，想要判断它是什么方程时，先对其进行整理，查看是否时整式方程，确定时整式方程将其进行整理，整理完成之后，按照一元二次方程的定义，查看方程是否符合定义中的特点。

答案：1、3、4是一元二次方程。

## 二、字母系数取值错误

例题：假设关于x的一元二次方程 $(c-2)x^2+3x+c^2-4=0$ ，其中x的一个值为0，请问c为多少？

错误示范：将x=0带入到方程 $(c-2)x^2+3x+c^2-4=0$ 中得出

$$(c-2) \cdot 0^2 - 3 \cdot 0 + c^2 - 4 = 0,$$

$$c^2 = 4, c = 2 / -2, \text{ 由此得出答案。}$$

错题分析：按照一元二次方程的定义得知，c-2不等于0，错题之所以会错，就是在解题时没有注意这一点。因此，正确的解答方法是：

将x=0带入 $(c-2)x^2+3x+c^2-4=0$ 中得出

$$(c-2) \cdot 0^2 - 3 \cdot 0 + c^2 - 4 = 0,$$

$$c^2 = 4, c = 2 / -2,$$

由于c-2不等于0，因此c=2。

## 三、一元二次方程中的元和次的概念，是在合并同类项

之后才有的，由于概念模糊导致解题错误

例题：关于x的方程 $cx^2-3x=x^2-cx+2$ ，如果该方程要是一

元二次方程，请问要满足什么条件？

错误示范：由于一元二次方程的定义得出c不等于0。

错题分析：一元二次方程中的元和次都是在合并同类项之后才有的概念，这一概念的混膜，导致解题中忽视这一层面，出现了错误，正确的解题方法如下：

将 $cx-3x=x-cx+2$ 方程整理得到

$$(c-1)x^2 - (3-c)x - 2 = 0$$

$$c-1 \neq 0, c \neq 0,$$

因此关于x的方程 $cx^2-3x=x^2-cx+2$ 是一元二次方程的条件为c不等于1。

## 四、忽略一元二次方程的实根条件 $\Delta$ 大于等于0

例题：已知 $x_a, x_b$ 是方程 $x^2 - (c-2)x + c^2 + 3c + 5 = 0$ 的两个实根，请问 $x_a^2 + x_b^2$ 最大值为多少？

错误示范：由韦达定理 $x_a + x_b = -b/a$ ， $x_a \cdot x_b = c/a$ 可知，

$$x_a + x_b = c - 2, x_a \cdot x_b = c^2 + 3c + 5,$$

$$\text{因此 } x_a^2 + x_b^2 = (x_a + x_b)^2 - 2x_a \cdot x_b$$

$$= (c-2)^2 - 2(c^2 + 3c + 5)$$

$$= -c^2 - 10c - 6$$

$$= -(c+5)^2 + 19$$

得当c=-5时， $x_a^2 + x_b^2$ 有最大值，最大值为19。

错题分析：已知当c=5时，方程 $x^2 - (c-2)x + c^2 + 3c + 5 = 0$ 变为 $x^2 + 7x + 15 = 0$ ，此时 $\Delta < 0$ ，该方程没有实根。错题之所以会错是因为忽视了 $\Delta \geq 0$ 这一条件，由题干可知， $x_a, x_b$ 是方程 $x^2 - (c-2)x + c^2 + 3c + 5 = 0$ 的两个实根，因此 $\Delta \geq 0$ ，因此 $[-(c-2)]^2 - 4(c^2 + 3c + 5) \geq 0$ ，

由此得到 $-4 \leq c \leq 4/3$ ，

得当c=-4时， $x_a^2 + x_b^2$ 有最大值，最大值为18。

## 五、没有充分读取题干中的隐藏条件，导致解题错误。

例题：假设 $(x^2 + y^2 + 1)(x^2 + y^2 - 3) = 5$ ，求 $x^2 + y^2$ 等于多少？

错解示范： $(x^2 + y^2) - 2(x^2 + y^2) - 8 = 0$

$$(x^2 + y^2 - 4) - (x^2 + y^2 + 2) = 0$$

因此得出 $x^2+y^2=4/x^2+y^2=-2$ 。

错题分析：错题错误的原因在于，没有意识到题干中的隐藏条件表面 $x^2+y^2$ 的非负性，因此在解题时应该舍掉 $x^2+y^2=-2$ 。

由此得出正确答案为 $x^2+y^2=4$ 。

#### 六、没有正确理解方程有实根的意义

例题：已知关于 $x$ 的方程 $cx^2-2(c+1)x+c-1=0$ ，请问 $c$ 取何值，方程 $cx^2-2(c+1)x+c-1=0$ 有实数根？

错题示范：已知方程有实数根，因此 $\Delta$ 大于等于0，

即 $[-2(c+1)]^2-4c(c-1)$ 大于等于0，

由此得出 $c$ 大于等于 $1/3$ ，又因为 $c$ 大于等于0，

因此 $c$ 大于等于 $1/3$ ，且 $c$ 不等于0。

错题分析：“方程有实根”这一概念放在这一到题中，应该这样理解：

方程有一个或二个实数根，所以这道题应该分两种，分别是一元一次方程，和一元二次方程。

(1) 当 $c=0$ 时，原方程 $cx^2-2(c+1)x+c-1=0$ 变为一元一次方程 $-2x+1$ ，这一情况下，这个方程的实根解得出 $x=-1/2$ ，因此 $c=0$ 。

(2) 当 $c$ 不等于0时，原方程 $cx^2-2(c+1)x+c-1=0$ ，必须满足 $\Delta$ 大于等于0，即 $c$ 大于等于 $-1/3$ ，将(1)和(2)综合起来考虑，得出 $c$ 大于等于 $-1/3$ 。

#### 七、误解等式的性质，出现解题错误

例题：请解方程： $2x(x+1)=3(x+1)$ 。

错误示范：在该方程 $2x(x+1)=3(x+1)$ 的两边，同除以 $x+1$ ，

$2x(x+1)=3(x+1)$ 变为 $2x=3$ ， $x=1.5$ 。

错题分析：在方程 $2x(x+1)=3(x+1)$ 两边同除以一个式子 $x+1$ 时，没有考虑到式子可能等于0的情况，造成失根错误。

正确解法：

先移项，将方程 $2x(x+1)=3(x+1)$ 移成

$2x(x+1)-3(x+1)=0$

得到 $(2x-3)(x+1)=0$ ，

解出 $x_1=1.5$ ， $x_2=-1$ 。

#### 八、解题不仔细，思虑不周密，造成解题错误

例题：假设一个二次三项式 $x^2-2(c+1)x+16$ 是一个完全平方式，请问 $m$ 的值为多少？

错误分析：阅读题干可知 $2(c+1)=8$ 。

因此解出 $m=3$ 。

错题分析：在读题时，没有仔细阅读题目内容，忽视了

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ ，造成解题错误。

正确解法：仔细阅读题干可知， $2(c+1)=\pm 8$

因此解得 $c=3$ 或 $c=-5$ 。

九、没有对方程的根进行有效的检验，造成解题错误。

例题：已知长80厘米，宽60厘米的铜片，在铜片的四角中分别剪下四个同样大小的小方块，将其作成是一个底部为1500平方厘米，顶部没有盖子的长方体盒子，请问小方块的边长被剪下多少？

错误分析：假设被裁去的小正方形其边长为 $y$ (cm)，

根据题意分析得知， $(80-2y)(60-2y)=1500$

将该方程整理得出， $y^2-70y+825=0$

解 $y^2-70y+825=0$ 方程得到 $y_1=55$ ， $y_2=15$ 。

由此可知被裁去的小正方形其边长为55(cm)或者15(cm)。

错题分析：这道题之所以会做错，是因为在审题时，遗忘了所裁小正方形的边长和长方形盒子的长、宽都不应该是负数，因此这道题其时还隐藏了一个限制的实际限制条件，

即 $x$ 大于0， $80-2x$ 大于0，解得 $0 < x < 30$ ，以及 $60-2x$ 大于0。

正确解法：假设小方块被剪边长为 $y$ (cm)。

阅读题干得出 $(80-2y)(60-2y)=1500$ 。

整理 $(80-2y)(60-2y)=1500$ 方程得到 $y^2-70y+825=0$ 。

解答该方程得出 $y$ 的值为 $y_1=55$ ， $y_2=15$ 。

分情况分析：

当 $y=55$ 时， $80-2y < 0$ ， $60-2y < 0$ ，和题意不吻合，故此答案不正确；

当 $y=15$ 时， $80-2y > 0$ ， $60-2y > 0$ ，和题意相吻合，因此该答案正确，得 $x=15$ ，因此被裁去的小正方形的边长为15cm。

#### 结束语

借由上面几道例题的解析，详细剖析了错误解题的思路，并且对正确思路和方法进行了阐述，可以看出在学习一元二次方程时，必须要夯实基础知识，不要混淆、模糊概念，要掌握正确的解题技巧，树立起正确的解题思维意识，认真审题，仔细阅读搜寻其他条件，筛选出有用的条件，辅助解题，对于题干中的信息要学会判断其合理性，树立起学习反思意识，整合错题集，积累做题经验，学会举一反三，提高做题的正确率。

#### 参考文献

[1] 刘鑫. 一元二次方程中的常见错误[J]. 初中生学习技巧, 2002, 000(012): 13-14.