

## 阿波罗尼斯圆在高考中的应用

梅 梅

(四川省乐山市五通桥中学 四川 乐山 614800)

**摘要**在平面上给定相异的两点A、B, 设P点在同一平面上, 且满足 $PA/PB=\lambda$ , 当 $\lambda>0$ 且 $\lambda\neq 1$ 时, 点P的轨迹是一个圆, 这个圆我们称为“阿波罗尼斯圆”。近年来多地高考和各地模拟考试中, 频频出现有关“阿波罗尼斯圆”的问题。笔者以“阿波罗尼斯圆在高考中的应用”教学为例, 从阿波罗尼斯圆在教材中的体现、阿波罗尼斯圆的定义、阿波罗尼斯圆的证明、阿波罗尼斯圆在高考中的应用四个层面进行探讨, 深层次提升高中生的数学解题能力, 在解题过程中培养学生的数学抽象、逻辑推理、数学运算等素养。

**关键词**阿波罗尼斯圆; 高考; 高中数学; 解题教学; 应用

**DOI** 10.12252/j.issn.2096-6288.2020.06.1112

## 一、阿波罗尼斯圆在教材中的体现

(人教版数学必修2第124页B组-3题)

已知点M与两个定点 $O(0,0), A(3,0)$ 的距离的比为 $1/2$ , 求点M的轨迹方程。

## 二、阿波罗尼斯圆的定义

在平面上给定相异的两点A、B。设P点在同一平面上且满足 $\frac{PA}{PB}=\lambda$ , 当 $\lambda>0$ 且 $\lambda\neq 1$ 时, P点的轨迹就是圆, 这个圆我们就称作阿波罗尼斯圆。设M、N分别为线段AB按定比 $\lambda$ 分成的内分点和

外分点, 则MN为阿波罗尼斯圆的直径,  $MN=\frac{2\lambda}{|\lambda^2-1|}AB$ 。

## 三、阿波罗尼斯圆在高考中的应用

例1 (2006四川-6) 已知两定点 $A(-2,0), B(1,0)$ , 如果动点P满足 $|PA|=2|PB|$ , 则点P的轨迹所围成的图形的面积等于\_\_\_\_\_

解析: 已知两定点 $A(-2,0), B(1,0)$ 动点P满足 $|PA|=2|PB|$

设P点的坐标为 $(x,y)$ ,

则:  $(x+2)^2+y^2=4[(x-1)^2+y^2]$

即:  $(x-2)^2+y^2=4$ , 所以点P的轨迹是以 $(2,0)$ 为圆心, 2为半径的圆, 所以点P的轨迹所包围的图形面积等于 $4\pi$ 。

例2 (2008江苏-13) 若 $AB=2, AC=\sqrt{2}BC$ , 则 $S_{\triangle ABC}$ 的最大值是\_\_\_\_\_

解析: 由 $AC=\sqrt{2}BC$

可得 $\sqrt{(x+1)^2+y^2}=\sqrt{2}\sqrt{(x-1)^2+y^2}$ , 化简得:

$(x-3)^2+y^2=8$ , 即C在以 $(3,0)$ 为圆心,  $2\sqrt{2}$ 为半径的圆上运动。

又 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\cdot AB\cdot|y_c|=|y_c|\leq 2\sqrt{2}$

例3 (2015年湖北-14) 圆C与x轴相切于点T $(1,0)$ , 与y轴正半轴交于两点A、B (B在A的上方), 且 $|AB|=2$  (1) 圆C的标准方程为\_\_\_\_\_； (2) 过点A任作一条直线与圆O:  $x^2+y^2=1$ 相交于M、N两点, 下列三个结论:

(1)  $\frac{|NA|}{|NB|}=\frac{|MA|}{|MB|}$ ; (2)  $\frac{|NB|}{|NA|}=\frac{|MA|}{|MB|}=2$ ; (3)  $\frac{|NB|}{|NA|}+\frac{|MA|}{|MB|}=2\sqrt{2}$ 。

其中正确结论的序号是\_\_\_\_\_。(写出所有正确结论的序号)

解析: (1) 因为T $(1,0)$ , 所以由题意可设C $(1,r)$ , 因为 $AB=2$ , 所以由

$(\frac{1}{2}AB)^2+r^2=r^2$ 可解得 $r=\sqrt{2}$ , 所以C $(1,\sqrt{2})$ , 所以圆C的标准方程为 $(x-1)^2+(y-\sqrt{2})^2=2$

(2) 因为 $A(0,\sqrt{2}-1), B(0,\sqrt{2}+1), E(0,1), F(0,-1)$

所以 $|EA|=2-\sqrt{2}, |EB|=\sqrt{2}$ ,

所以 $\frac{|EA|}{|EB|}=\sqrt{2}-1$ 。

因为圆O是以A、B为两定点, 且比值为 $\sqrt{2}-1$ 的阿波罗尼斯圆, 无论弦MN怎么运动, 当 $\triangle BMN$ 存在时, 点E必为其内心,

故(1)  $\frac{|NA|}{|NB|}=\frac{|MA|}{|MB|}$ 成立; 因为

$\frac{|NB|}{|BA|}=\frac{|BE|}{|AE|}=\frac{\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}=\sqrt{2}+1$ ,

$\frac{|MA|}{|MB|}=\frac{|EA|}{|EB|}=\sqrt{2}-1$ ,

故(2)  $\frac{|NB|}{|NA|}+\frac{|MA|}{|MB|}=2$ 成立;

(3)  $\frac{|NB|}{|NA|}+\frac{|MA|}{|MB|}=(\sqrt{2}+1)+(\sqrt{2}-1)=2\sqrt{2}$ 成立。

## 四、结束语

在近几年全国高考数学试题中, 明显加大了以数学文化史为背景的题目。而阿波罗尼斯圆作为数学文化史的一部分, 高中学生有必要了解, 高中数学教师有必要在这方面做进一步的学习和研究, 教会学生利用阿波罗尼斯圆进行解题。

## 参考文献

[1] 陈敏. 体味悲悯情怀 推动学习任务群目标达成——以普通高中课程标准实验教科书语文必修1为例[J]. 青海教育, 2020(22): 51-52.

[2] 余华. 高中英语教科书“学材化”分析——以《普通高中课程标准实验教科书》必修1为例[J]. 校园英语, 2017(01): 134-135.

## 关于高中语文教学中“微课”的应用价值与策略

王雪珍

(四川省荣县第一中学校 四川 自贡 643100)

**摘要**微课是在当前新课程标准改革背景下提出的一种先进的教育教学方法。微课在高中语文教学中的应用, 有利于帮助教师节省日常教学精力, 同时还可以保证教学效率和质量的有效提升。基于此, 本文对高中语文教学中微课在其中的应用价值以及策略进行分析, 为高中语文教学水平提升提供保证。

**关键词**高中语文; 语文教学; 微课应用; 价值策略

**DOI** 10.12252/j.issn.2096-6288.2020.06.1113

语文是高中阶段非常重要的一门学科, 同时也是高考中占比非常重的学科之一。语文学习结果的好坏, 将会直接对学生们是否可以进入到高等学府产生直接性的影响, 对学生们自身的人文素养、人格培养等都会产生不同程度的影响。新时期背景下, 由于新课程标准改革的不断深入, 教育教学体制不断创新和优化, 在日常教学中的整体教学理念和教育方法也发生了非常大的变化。此时, 微课在高中语文教学中被广泛应用, 整体应用效果普遍比较好。

## 1 高中语文教学中微课的应用价值

## 1.1 有利于节省教师精力

通常在传统教学活动的具体开展中, 由于受到应试教育理念以及传统教育教学方式的影响, 一般都是教师自己在讲解, 学生们基本都是被动听讲。同时, 很多语文老师并不是只单纯教一个班级, 这种教育教学方式在提出以及具体应用中, 无形当中就会显得教师在上课时比较吃力, 心有余而力不足, 无法保证对所有的班级、所有的学生都保持良好的耐心和饱满的精力。久而久之, 教师精力不足, 自然无法

保证学生们在课堂学习的整体效率。但是新时期背景下, 微课这一教育教学方式的提出以及在高中语文教学中的应用, 无形当中可以帮助教师节省精力<sup>[1]</sup>。在日常教学时, 以微课为主, 可以直接通过各种视频的播放, 教师直接针对视频当中的难点、重点知识进行讲解和强调, 就可以达到良好的教学效果, 为学生们的学习质量提供保证。

## 1.2 有利于学生们在课堂中主体地位的突出

传统教育教学理念的影响下, 教师通常情况下都会习惯直接接受教师在课堂上讲解的所有知识点, 这种被动式学习方式在提出以及具体应用中, 很难对当代学生的自主学习意识以及自主学习能力进行培养。微课的引进和应用, 对学生而言, 无形当中可以提供积极主动探索和学习知识的机会、平台, 教师也可以有充足的时间为学生们提供专业的指导。整个教学中, 学生们在课堂中的主体地位被逐渐突出出来, 对学生们的自主学习意识可以起到良好的引导作用, 同时还可以在实践教学中对学生们学习积极性、主动性的有效培养。