例谈对称性在解析几何和立体几何中的作用

徐　浩

（蚌埠市怀远县方坝初级中学　安徽　蚌埠　233400）

[摘　要]对于生活而言，对称意味着美感，会让我们震撼。对于数学而言，对称意味着突破，会带来解决问题的角度。数学里有很多对称，其中中心对称和轴对称是研究的重点，对于函数而言是一种重要的性质，其实对于解析几何和立体几何的图形背景，对称性更是存在其中，如果能够意识到对称性，对于解决问题，会起到不可或缺的作用。本文针对自己教学中的体会举例说明。

【DOI】10.12252/j.issn.2096-6288.2020.06.1516

对称性是平面几何中图形的一个性质，会让图形产生美感。它作为函数性质之一，可以解决函数图像问题，也可以与函数的其它性质联系起来，自然会引起学生的重视。但是反而作为平面图形和立体图形的产地解析几何和立体几何，更应该是研究对称性的温床，却没有引起学生足够的重视，有的时候问题解决不了，学生也很难联想到对称性。高中教材圆锥曲线里的几何性质有一条就是对称性，可是学生对于对称性的认识都停留在粗浅的表面，都只把对称性留着了圆锥曲线图形本身的表象，而很难把对称性用在解决问题或者寻找思路这种深层次的层面上。下文结合实例谈谈对称性在解析几何和立体几何中的一席之地。

一、利用对称性对点进行取舍（解析几何）

例1：（2017年全国Ⅰ卷理科数学20）

已知椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$，四点$P_1(1,1)$，$P_2(0,1)$，$P_3\left(-1,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，$P_2\left(1,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，中恰有三点在椭圆C上.（1）求C的方程.

解析：此处给了四个点，其中只有三个点在椭圆上，然后利用点即可建立方程，解得答案，比较简单。

但很多学生都靠平时刷题积累经验，而忽略了椭圆本身的对称性，结果导致耗时或者无法解决问题。

二、利用对称性转化（解析几何）

例2：椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$右焦为$F$，短轴的一个端点为$M$，直线$l$:$3x-4y=0$交椭圆于A，B两点，若$|AF|+|BF|=4$，点M到直线l的距离不小于$\frac{4}{5}$，求e的取值范围

解析：此处因为$|AF|+|BF|$不好刻画，考虑到A,B两点的直线身份和椭圆身份，不难发现A,B两点关于原点对称，而两个焦点也是关于原点对称的，所以从对称性的角度出发进行转化，$|AF|+|BF|=2a=4$，从而得到$a=2$，下面按部就班的表达就可以了。对称性是本题的关键点也是入手点，如果没意识到，可能本题很难解决。

三、利用对称性设点设直线（解析几何）

1.设点：　已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$，若直线$l:y=kx$与椭圆相交于A,B两点，那么这两点由于直线和椭圆的对称性从直角坐标的角度可以设为$A(x_0,y_0),B(-x_0,-y_0)$，这种设法因为遇到较多，基本都能驾驭。

2.设直线：已知椭圆$C:\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1\left(a>b>0\right)$，椭圆的外切矩形记为ABCD，求矩形ABCD面积的取值范围。

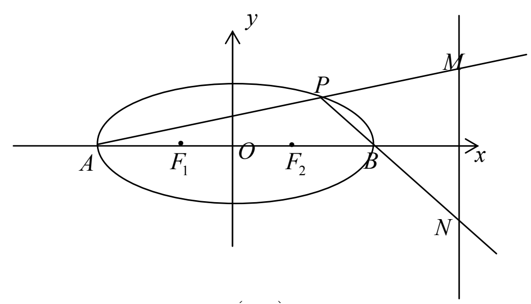
解析：这道题肯定要设直线，而如果没有抓住对称性的话，需要设的直线有四条，参数也很多，这样题目很难解决；如果抓住了椭圆和外切矩形的对称性，我们可将一条直线设为y=kx+n，另一条直线就可以设为y=kx-n，再考虑到矩形的垂直特点，可分别设另外两条直线为$y=-\frac{1}{k}x+m$及$y=-\frac{1}{k}x-m$，然后结合直线与椭圆相切，从而得到n,m都可以用k表示，再用平行线间的距离公式（即矩形的长和宽）把矩形的长和宽都表示出来，这样矩形的面积就变成了一个关于k的表达式，选择合适的方法，求出最值就行。在这里，对称性的运用，帮助我们减少了直线的条数，也减少了参数的数量，从而大大提高了解题速度和效率，其价值不言而喻。

四、利用对称性解决定点问题（解析几何）

椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的左、右焦点分别为$F_1(-1,0)$，$F_2(1,0)$，若椭圆过点$\left(1,\frac{3}{2}\right)$.

（1）求椭圆C的方程.

（2）若A,B为椭圆的左、右顶点，$P(x_0,y_0)\left(y_0\neq 0\right)$为椭圆上点，设直线AP,BP分别交直线l:x=6于点M,N，判断以M,N为直径的圆是否经过定点，若是，求出该定点坐标；若不恒过定点，说明理由.



解析：本题是解析几何传统的定点定值问题，可是如果把定点坐标当做(x,y)来寻找的话，本题就很难解答出来了。考虑到椭圆本身的对称性，P点的位置可以位于椭圆在x轴上方的部分，也可位于椭圆在x轴下方的部分，此时就M,N两点来说，只是M,N在直线x=6上的位置相互关于x轴对称。所以以M,N为直径的圆在变换过程中可以分为两部分，这两部分的圆始终关于x轴对称，所以这些圆如果都过某一个点的话，此点必在x轴上，对于我们设点有了很大的方便，可以将其设为Q(t,0)。

老年人预防跌倒认知与行为干预的研究

温　园

（南昌工学院体育学院　江西　南昌　330108）

[摘　要]在近年来的发展中，我国人口老龄化现象越来越严重，对于老年人来说，尤其是高龄老人，已经成为跌倒的高危人群，跌倒所导致的意外是影响到老年人身心健康的关键因素之一。基于此在文章的阐述中主要是针对老年人预防跌倒认知与行为干预展开详细的分析和介绍，旨在能够为老年人预防跌倒提供有效的策略，提高老年人对自身安全的认知能力，避免跌倒事件的发生，为老年人身心健康提供有效的保障。

[关键词]老年人；预防跌倒认知；行为干预

【DOI】10.12252/j.issn.2096-6288.2020.06.1517

老年患者跌倒 是指因为不可控的因素导致老人突然倒在地上或者是较低的平面上，发生意识丧失或者是瘫痪、癫痫发作的情况。按照国际疾病对跌倒的分类，跌倒包含两个种类，第一类是从一个平面向另一平面进行跌落，第二是同一平面的跌倒。老年人主要是同一平面的跌倒。在老年人跌倒之后往往会因为机体的创伤导致生活质量的明显下降，严重的时候还会可能对生命造成不同程度的威胁。在最新的研究中显示每年有百分之三十的老年人会发生一次或者是多次跌倒，并且随着年龄的增长跌倒的次数也会逐渐的递增。尤其是八十岁以上的老年人有百分之五到百分之十五的可能会导致脑部损伤、骨折等等，不仅会影响到老年人的身心健康，同时也增加了家庭和社会的负担，基于此针对老年人预防跌倒认知和行为干预进行研究，旨在有效避免跌倒事件的发生。

一、跌倒认知干预概述

跌倒认知干预是指通过讲解和书面宣传的形式开展健康教育活动，向老年人分析有可能导致跌倒的因素以及在跌倒发生之后可能会出现的后果，以此让老年人对跌倒形成一定的认识，并制定个性化的方案。开展跌倒认知干预活动主要的目的在于能够最大程度上减少跌倒的频率，以此来维护老年人的身心健康，降低经济等等各个方面的损失。有相关的调查统计显示通过合理适量的跌倒认知干预能够有效的控制老年人跌倒的频率，以此来减少跌倒事件的发生。

二、老年人跌倒危险因素分析