

在数学教学中培养学生的阅读能力

黄燕

(无锡城市职业技术学院 江苏 无锡 214154)

[摘要]提到“阅读”的能力,人们立即与语文、英语等语言类学科联系在一起,数学学科中“阅读”能力的培养往往不会被重视,其实在数学学习中“阅读”的能力同样重要,而且它们也是数学学习中必不可少的前提和基础,是提高数学学习效率和改进学习方法的保障,我们更要培养学生在这方面的能力。

[关键词]数学; 阅读能力; 培养

[DOI] 10.12252/j.issn.2096-6288.2020.07.163

数学阅读是一个完整的心理活动过程,包含数学文字、数学符号、术语、公式、图表等的感知和认读、新概念的同化和顺应、对于阅读材料的理解和记忆等各种心理活动因素,同时也是一个不断假设、证明、猜想、推理的积极能动的认知过程,是阅读主体从书面数学语言中获得意义并转化为心理表征的心理过程。

工作以来,我一直从事的是数学学科的教学。在教数学的这二十余年里,我教过高中的数学,也教过五年制师范的数学,目前在教五年制学前教育专业的数学。教了学前专业的学生后才深刻的认识到除了讲解数学方法,理解数学思想,探究数学活动之外,还应培养学生数学的阅读能力,这一能力在数学学习的过程中很重要,尤其是在幼儿园数学的教学中更为突出。

以前一直有这样的误区,觉得阅读能力的培养应该是语言类学科(语文、英语等)的重要目标,至于数学学科,好像没有那么重要。但数学不仅是一门科学,也是一种文化,更是一种语言。因此,从语言学习的角度来讲,数学教学也必须重视数学阅读,作为数学教师应重视对学生数学阅读能力的培养,在数学课堂上也应时刻注重学生阅读能力的培养。从数学教学的根本任务来看,学生说话能力和解题能力的提高一般都以阅读为基础;从数学教学的实践活动来看,数学教材一般采用以阅读为主轴来编写,教师以阅读为中心展开数学教学,学生以阅读为基础进行数学训练。因此,阅读贯穿了整个数学教学的过程,科学并且有效地阅读是整个数学教学的核心所在。可以说,无论是在理论层面上,还是在实际教学中,数学阅读教学的重要性都已得到了充分的认识和落实。

一、培养学生对数学文字的阅读能力

例如学生在阅读函数的奇偶性概念时,函数奇偶性的定义如下

一般地,如果对于函数 $f(x)$ 的定义域内的任意一个 x ,都有 $f(-x)=f(x)$,那么称函数 $f(x)$ 是偶函数(even function);

一般地,如果对于函数 $f(x)$ 的定义域内的任意一个 x ,都有 $f(-x)=-f(x)$,那么称 $f(x)$ 是奇函数(odd function)。^[1]

学生往往忽略这个概念中隐含了一个重要信息,即对于函数 $f(x)$ 的定义域内的任意一个 x , $-x$ 也应在这个定义域内。从而判断函数的奇偶性,首先应该检验其定义域是否关于原点对称,然后再严格按照函数奇、偶性的定义经过化简、整理、再与 $f(x)$ 比较从而得出结论。有些学生可能直接计算 $f(-x)=f(x)$ 或 $f(-x)=-f(x)$ 从而得出结论导致产生错误。因此学生阅读的不仅仅是课本的内容,或者说是语言所表达的意义,而更应该关注的是语言本身的信息,正确的读懂内容才是我们的最终目的。数学抛弃了很多感性的东西,需要的是理性的思维,所以,数学的阅读,其中断句、取义每一个字都不能轻视。

二、培养学生对数学符号的阅读能力

很多学生在学习数学时都以反复刷题来提高学习数学和解决数学问题的能力,但是对于数学符号的理解有很大的局限性,一旦解决问题受阻,就无法从数学问题中提炼有用的信息用于解题。

例如题1.等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,已知 $a_1=10$, a_2 为整数,且 $ns_n \leq S_4$ 。

(1)求 $\{a_n\}$ 得通项公式;(2)求前 n 项和 S_n 。^[2]

学生看到 $ns_n \leq S_4$,马上转化为 $na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d \leq 4a_1 + \frac{4 \times 3}{2}d$,代入 $a_1=10$,整理得 $10n + \frac{n(n-1)}{2}d \leq 40 + 6d$ 。

题目中还有两个未知量,再利用 a_2 为整数,发现还是没有办法处理,反复运算、重新思考,浪费了大量的时间,最终也只能遗憾放弃。在这一点上,语文功底好的同学看似不是难题,但偏科却大有人在,究其原因,是其不能够用数学语言来读,以致不能正确理解题目的意思。另外有些学生只能通过归纳、猜想得出正确答案而无法准确的写出正确的解题过程。以上情况的出现,主要是学生没有读懂 $ns_n \leq S_4$ 的真正含义,遇到困难时都没想过这到底是什么意思。将数学语言转化为自然语言,特别是符号语言转化为自然语言,由于师生在认识上的差异,导致学生无法解决问题,因此在教师的解题教学过程中,这种转化,特别需要引起教师的重视。

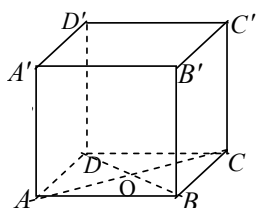
又如题2.若 $f(x)=x^2+2x$, $g(x)=ax+3$ ($a>0$),对 $\forall x_1 \in [-2,1]$, $\exists x_2 \in [-2,1]$,使 $g(x_2)=f(x_1)$,则实数 a 的取值范围是_____。

教师在讲,有“ $\forall x_1 \in [-2,1]$, $\exists x_2 \in [-2,1]$,使 $g(x_2)=f(x_1)$ ”,可知函数 $g(x)$ 的值域就是函数 $f(x)$ 值域的子集”,很多学生一时可能并不完全理解教师的这句话。显然,学生对于数学中“任意”“存在”这两个专业术语的理解不到位,对于函数的值域这一概念的理解也不够深刻。因此教师在分析这道题前,首先应该回顾一下以前学习的相关概念(全称量词、存在性量词、函数的值域、子集等),再稍加引导,转换成学生熟悉的自然语言,结合图形再具体分析,最后再引导学生写出正确答案。

日常教学中,对于一些数学符号比较多的问题,在解决问题的过程中,教师要引导学生逐句、逐字的读题,边读边分析,读后观前,每一个概念、每一个公式都要注意到,要弄清楚数学的各种符号及其相关的联系等。

三、培养学生对数学图形的阅读能力

学生只有在阅读的基础上才能明确题目给出的条件与所要解决的问题,只有通过阅读,才能明确条件与问题之间的内在联系,从而理清已知与未知、数与量之



间的关系,得出正确地解答方法,由此可见阅读地重要性,科学并且准确、严谨地读出数学知识、数学中的一些概念、定律、计算法则都相当关键。来不得半点马虎,学生由于阅读时不严谨常抓不住关键,一字之差而得到不同的答案,时有发生。有层次、有条理地阅读数学图形可以更加牢固地掌握概念、定理、定律与法则,为后继学习做好铺垫。立体几何、解析几何这两门数学学科就能够更好的阐述这一点,大部分的立体几何问题我们都能借助图像来解决。

例如题3、在正体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中,求证: $AC \perp BD'$

从这张图形中我们不仅能够读到正方体的六个面都是正方形、每个面的对角线都垂直且平分、12条棱都相等(三组线平行)、正方体的侧棱都垂直地面,相对的两个面平行、相邻的两个面垂直等,我们还能读到两个角相等或互补、线线平行、线面平行等平面几何的定理(前提是在同一平面内)等等。这样有目的、有条理地梳理了这些条件后就更便于解题。

四、培养学生对三种数学语言进行转换的能力

学习集合时教师都会给出常见的三种语言,一是文字语言(也称自然语言),通过语言文字来描述集合问题中的对象;二是符号语言,通过约定的数学符号来表示集合问题中的对象;三是图形语言,通过图形来表示集合问题中的对象。这三种语言是等效的:如图所示:

关系	自然语言	符号语言	Venn图
子集	集合A中所有元素都在集合B中(即若 $x \in A$,则 $x \in B$)	$A \subseteq B$ (或 $B \supseteq A$)	
真子集	集合A是集合B的子集,且集合B中至少有一个元素不在集合A中	$A \subset B$ (或 $B \supset A$)	
相等	集合A,B中元素相同或集合A,B互为子集	$A=B$	

在求解有关问题时,若能灵活地掌握它们之间的转换,不仅能迅速找到解题的切入点,而且还能优化解题过程,提高解题速度。如果平时能够重视三种语言的基础,在做题时就能把审题分析做得比较清楚,也能比较顺利地画出草图、写出符号与公式以及简要的自然语言描述,思维就比较畅通,解题思路、方法就比较容易找到。这种解题能力的提高才是最根本的,因为这种解题能力是建立在思考数学、理解数学以及提高数学素养、数学能力的基础上的。

例如题4、某班共有36人,报名参加数、理、化竞赛,参加数学竞赛的有26人,参加物理竞赛的有15人,参加化学竞赛的有13人,同时参加数学、物理竞赛的有6人,同时参加物理、化学竞赛的有4人,且每人至多报两个科目,那么同时参加数学、化学竞赛的有多少人?

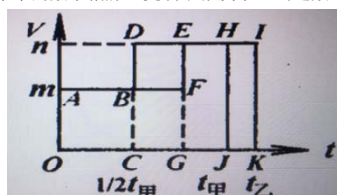
这题我们可以设参加数学竞赛的同学组成的集合为A,参加物理竞赛的同学组成的集合为B,参加化学竞赛的同学组成的集合为C,这里就把文字语言转化为符号语言,再利用图形语言(三种数学语言进行熟练的转换)就能比较准确的解决该问题。

五、培养学生读懂实际问题建构数学模型

数学阅读在数学教学中所占的时间大约有五分之三左右,然而“学生读不懂题目”一直是数学教学中普遍存在的重要问题之一。学生要发展独立的阅读能力,真正学会阅读,就需要掌握并熟练运用阅读策略,数学上的阅读,一贯穿整个的数学教学过程。从最先的认识数学,到读出算式,再到读懂题目,不仅让学生获取新知,更培养了学生的理解能力,提高了思维能力。尤其在数学问题的解决教学中,更是与阅读密不可分。学生只有在阅读的基础上才能明确题目所给出的条件与问题,只有通过阅读,才能明确条件与问题之间的内在联系,从而理清问题中的数量关系,进而得出正确的解决方法。这就要求学生要有较高的阅读的能力,不仅仅是有感情地阅读,而是科学严谨的阅读。其核心是如何将阅读中遇到的新信息和头脑中已有的知识经验有机结合起来,以促进加工的深度和广度,发掘字面意思以外的更深层的意义,从而促进对新知识的理解、记忆和应用。

例如题5、新教材(高二上)有一道例题:甲乙两人同时同地沿同一路线走到同一地点,甲有一半时间以速度 m 行走,另一半时间以速度 n 行走;乙有一半路程以速度 m 行走,另一半路程以速度 n 行走。如果 $m \neq n$,问甲乙两人谁先到达指定地点?^[3]

我们不妨设 $m < n$,图中矩形 $OCBA$ 与 $CJHD$ 的面积和为全程 S ,而矩形 $OGFA$ 与 $GKIE$ 的面积和也为全程 S ,即矩形 $BFED$ 与 $JKIH$ 的面积相等,因此 $t_1 < t_2$,即甲先到达。这是一道代标题,通过构造恰当的几何图形,能产生不一样的想法,有利于克服过分形式化所带来的数学枯燥,更利于激发学生创造数学。



当然,数学的阅读能力的提高,使学生达到“读书百遍,其义自见”的境界,这条路还很长,还需我们好好探索。

参考文献

- [1]普通高中数学课程标准(实验)[M].北京:人民教育出版社,2020
- [2]翁金权.浅谈核心素养下高中生数学阅读能力的培养[J].中学课程辅导,2020,08
- [3]卢三国.认识与培养数学直觉思维[J].数学教学研究,2020,05