定期进行设备运行场地的清洁工作，合理使用润滑剂进行设备保养，以保证设备性能有效发挥，延长设备使用寿命。与此同时，利用先进技术构建科学的故障监测系统，实现机电设备运行状态的自动化、智能化管控，针对设备运行故障进行及时预警，在第一时间确定故障位置，判断故障形成原因，实现故障科学解决。

（四）进行机电设备的技术改造

我们要想提高企业的生产效率和经济效益，就必须尽可能地依靠科学进步，采用新技术、新工艺、新材料，本着少投入，多技改的原则加大更新改造的力度，充分发挥广大知识分子和科技人员的主体作用，不断提高科学技术成果的转化率。依靠科技进步，保证企业在市场中的竞争能力。

（五）完善规章制度

依照有关设备管理要求，结合生产现场实际，制定有关机电维修标准，设备巡回检修检查制度，各级操作工种岗位制，并吊挂到生产现场，督促贯彻执行，从而对设备的管理做到制度化、科学化。

（六）加快机电设备管理信息化建设

机电设备管理在生产各环节中有着举足轻重的地位，设备管理工作的好坏，直接关系到单位生产能否正确进行。因此，对机电设备进行系统的综合信息管理至关重要，即对设备选型、安装调试、使用维护保养、更新改造一直到报废进行过程的信息管理，选好、用好、维护好设备又成为设备综合信息管理的关键。

四、结语

机电设备的应用与推广，实现了企业生产的机械化、自动化与智能化发展，成为提升企业生产综合能力，优化企业经济效益的重要工具。在应用机电设备时，受多种因素影响，不可避免的存在设备运行故障，影响机电设备运行质量，导致企业生产与管理过程中安全风险的产生。对此，企业在发展过程中需明确认知机电设备运行维护与故障科学处理的重要性，掌握机电设备常见故障，有针对性应用维护与故障处理措施、方法进行处理，为企业科学建设与长效发展奠定良好基础。

参考文献

[1]刘良增.机电工程设备安装技术的应用探讨[J].南方农机，2018，49（15）：155.

浅析复变函数的概念教学

罗逸平　李俊锋

（湖南城市学院数学与计算科学学院　湖南　益阳　413000）

[摘　要]针对复变函数课程的特点和常见问题，本文探讨了复变函数的概念教学问题，提出了若干见解。

[关键词]数学概念；反例；类比；等价性

【DOI】10.12252/j.issn.2096-6288.2020.08.1542

Analysis of Conceptual Teaching of Complex Variable Functions

Luo Yi-ping, Li-junfeng

(College of Mathematics and Computing Science，Hunan City University，Yiyang，413000)

Abstract：According to the characteristics of complex variable functions and common problems，the author discusses the problem of conceptual teaching of complex variable functions and puts forward several opinions.

Keywords：mathematical conception；counterexample；analogy；equivalence

复变函数是高等院校的数学专业基础课，是数学分析的一门后继课程。它在许多分支（如微分方程、概率论、理论物理、力学、控制论和信号处理）中有非常重要的应用。复变函数理论性强，内容抽象。概念是数学理论和方法的基础，只有准确理解和把握概念的内涵，才能正确掌握数学知识。概念原理教学是复变函数教学的重要组成部分，是整个课程教学成败的关键。在进行复变函数的概念教学中，笔者认为应做好以下环节。

一、交代背景，抓住本质，将概念符号化，准确理解概念

复变函数的概念教学不能只满足于告诉学生“是什么”或“什么是”，还应让学生了解概念的背景和引入它的理由，知道它在本学科中的地位和作用。如在介绍解析函数的定义时，应指出解析函数是复变函数论研究的主要对象，具有非常重要的性质，如若$f(z)$解析，则$f(z)$具有任意阶的导数，且各阶导数都解析。

数学概念的语言简明、精练。在教学过程中，教师要指导学生认真分析概念的组成，抓住关键字词，“咬文嚼字”，探求新旧概念的内在联系和本质的差异，抓住概念的本质。

例如，定义：如果$f(z)$在z_0的某个邻域内处处可导，则称$f(z)$在z_0处解析。引导学生分析：z_0的邻域有无穷多个，$f(z)$只要在z_0的一个邻域内处处可导，即可称$f(z)$在z_0处解析；另外，z_0作为它的邻域的中心，当然在该邻域内，从而由定义，若$f(z)$在z_0处解析，可知$f(z)$在z_0可导；反之，若$f(z)$在z_0可导，能否推知$f(z)$在z_0处解析？换而言之，若$f(z)$在z_0可导，能否保证$f(z)$在z_0的一个邻域内可导？已知$f(z)=x^2+iy^2$仅在$y=x$上可导，那么$f(z)$有没有解析点呢？学生不难得出如下结论：$f(z)$在z_0处可导未必有$f(z)$在z_0处解析。从而引导学生发现，解析性不是函数在一个孤立点处的性质，而是函数在一个区域上的性质。自然会提出如下问题：$f(z)$在区域D上解析与$f(z)$在区域D上可导有何关系？

概念符号化是概念教学的必要步骤，用规范的数学符号表示数学概念，可使数学概念的表示形式更简明、精确。以“符号”助“概念”，能促进学生形象思维与抽象思维的有机结合，促进学生对概念的理解。数学概念的符号化过程，也是学生对数学符号和其意义的心理转换过程。要注意让学生掌握概念符号的意义。

例如，定义：若$\lim\limits_{z\to z_0}f(z)=f(z_0)$，则称$f(z)$在$z_0$处连续。引导学生用符号表示上述定义：$f(z)$在$z_0$处连续$\Leftrightarrow\lim\limits_{z\to z_0}f(z)=f(z_0)\Leftrightarrow\ \forall\varepsilon>0,\exists\delta>0,\forall z:|z-z_0|<\delta,$有$|f(z)-f(z_0)|<\varepsilon$。于是，也不难知道，$f(z)$在$z_0$处不连续$\Leftrightarrow\lim\limits_{z\to z_0}f(z)\neq f(z_0)\Leftrightarrow\exists\varepsilon_0>0,\forall\delta>0,\exists z_1:|z_1-z_0|<\delta,$使$|f(z_1)-f(z_0)|\geq\varepsilon_0$。

二、巧设问题情境，精选反例，深化概念理解

有效的数学学习活动离不开主动探索、求实创新。教师在教学过程中要赋予数学学习活动以生命的活力，应巧设问题情境，以探究为主线，以认知矛盾为载体，激发学生学习兴趣与求知欲望，构建探究性活动过程。

教师“讲清楚”定义并不一定意味着学生掌握了数学概念。著名数学家George Polya说，反例是获得发明的伟大源泉。从数学的发展史来看，数学是在提出证明和构造反例中发展起来的。在概念教学中，适时引入经典的反例具有非常重要的作用。数学中的反例教学，可以调动学生学习的积极性，养成重视条件，严格推理的习惯，可以使学生走出认知误区，对概念理解更准确深刻，从中修正有关认识，从而有机会发现新的正确的结论。反例教学能培养学生良好的思维品质，培养学生思维的严密性和创造性。

例如，定义：设$\varphi(x)$和$\psi(x)$都是区域D内的调和函数，且满足C-R方程$\frac{\partial\varphi}{\partial x}=\frac{\partial\psi}{\partial y},\frac{\partial\psi}{\partial x}=-\frac{\partial\varphi}{\partial y}$，则称$\psi(x)$是$\varphi(x)$的共轭调和函数。在教学中我们发现，学生往往误认为，若$\psi(x)$是$\varphi(x)$的共轭调和函数，则$\varphi(x)$是$\psi(x)$的共轭调和函数。要使学生消除上述误解，非用反例不可，可引导学生举反例如下，设$\varphi(x)=x^3-3xy^2,\psi(x)=3x^2y-y^3$，则易验证$\psi(x)$是$\varphi(x)$的共轭调和函数，但$\varphi(x)$不是$\psi(x)$的共轭调和函数。进而启发学生思考：（1）若$\psi(x)$是$\varphi(x)$的共轭调和函数，则什么样的函数是$\psi(x)$的共轭调和函数？（2）若$\psi(x)$是$\varphi(x)$的共轭调和函数，且$\varphi(x)$是$\psi(x)$的共轭调和函数，则$\psi(x)$ $\varphi(x)$具有什么样的性质？

在概念教学中，让学生掌握严密的推理逻辑的同时，加强对学生构造反例能力的培养，开发学生创造性思维是一种必不可少的教学方法，应该成为数学教学的基本训练内容而渗透于教学过程之中。

教学中运用反例必须把握时机，要在学生对所学知识有了一定的认识和理解的基础上，才能讲授，否则会弄巧成拙。还要注意主次，教学中主要讲授概念、定理和方法，反例应是围绕主要内容的有效辅助手段。

三、运用类比方法，构建数学分析与复变函数的桥梁，实现知识的迁移

所谓类比，就是由两种事物具有某些类似特征和其中一类现象的某些已知特征，推理出另一类现象也具有这些特征的思维形式。类比推理作为一种重要的逻辑推理和创造性的思维方法，在科学发现和技术发明中具有重大的意义。Kepler说过：“我珍惜类比胜过任何别的东西，它是我最可信赖的老师，它能揭示自然界的秘密。”Leibniz指出：“我们必须使自己习惯于进行类比，即对两个或两个以上极其不同的事物，找出它们的相似点。”

复变函数是数学分析的后继课程，其许多概念（如函数、极限、连续、导数、级数的一致收敛性等）在形式上与数学分析中的有关概念非常类似。因此在教学过程中，要从学生已有的知识经验和认知水平出发来组织教学，引导学生发现二者的联系，感知渗透，激发学生的求知欲望，使学生有所思，有所悟，使旧知识产生迁移效应。

例如，介绍复变函数在一点处的极限，可先复习数学分析中实变量函数在一点处的极限的定义：设$f(x)$在x_0的某个邻域内有定义，若$\exists A\in\mathbf{R},\ \forall\varepsilon>0,\exists\delta>0,$对$\forall x:0<|x-x_0|<\delta$，有$|f(x)-A|<\varepsilon$，则称A是$f(x)$当$x\to x_0$时的极限。由此可类似地给出复变函数在一点处的极限：设复变函数$f(z)$在z_0的某个邻域内有定义，若$\exists A\in\mathbf{C},\forall\varepsilon>0,\exists\delta>0,$对$\forall z:0<|z-z_0|<\delta$，有$|f(z)-A|<\varepsilon$，则称A是$f(z)$当$z\to z_0$时的极限。如果换成邻域的语言描述，则以上两个定义形式上无差别。

值得注意的是，类比是一把“双刃剑”，类比推理的结论具有必然性，需对类比的负迁移作用保持高度的警惕。因此其合理性应及时检验，在检验中不断修正推理结论，这是确保类比沿着正确方向前进的基本手段。

例如，定义：$\cos z=\frac{1}{2}(e^{iz}+e^{-iz}),\sin z=\frac{1}{2i}(e^{iz}-e^{-iz})$，其中$z\in\mathbf{C}$。首先让学生尝试算几个数值，引导学生发现，若$z\in\mathbf{R}$，则此定义即与中学中的定义相同，从而以上定义确为中学数学中三角函数的定义在复数范围内的推广。然后引导学生回忆中学数学中$\sin x$与$\cos x$的性质，如（一）周期性：$\sin x$与$\cos x$均为周期为2π的周期函数；（二）奇偶性：$\cos x$为偶函数，$\sin x$为奇函数；（三）平方关系：$\sin^2x+\cos^2x=1$；（四）可导性：$(\sin x)'=\cos x,(\cos x)'=-\sin x$；（五）有界性：$|\sin x|\leq1,|\cos x|\leq1$；（六）平方非负性：$\sin^2x\geq0$，$\cos^2x\geq0$。引导学生思考：以上性质是否可以类比到复数范围内呢？这样学生的学习兴趣就会被激发，纷纷作出猜想，或肯定，或否定。此时如果教师因势利导，教学效果就会倍增。

在教学中，教师要善于利用类比，而且要有意识地对学生进行类比训练。

四、善于构造数学概念的等价性定义，帮助学生多角度理解复变函数的有关知识，促进学生逻辑思维能力的提高

数学概念并不能反映对象的全部本质属性，只是以最精炼的语言或符号反映被定义对象的最明显、最基本的属性。因此，也就产生了数学概念的多样性与等价性问题。

例如，引导学生发现以下条件等价：（1）$f(z)=u(x,y)+iv(x,y)$在区域D内解析；（2）$f(z)$在D内处处解析；（3）$u(x,y),v(x,y)$在D内可微，且满足C-R方程$\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\partial v}{\partial y},\frac{\partial v}{\partial x}=-\frac{\partial u}{\partial y}$；（4）$u(x,y),v(x,y)$的偏导数在D内连续，且满足C-R方程$\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\partial v}{\partial y},\frac{\partial v}{\partial x}=-\frac{\partial u}{\partial y}$；（5）在D内，$v(x,y)$是$u(x,y)$的共轭调和函数；（6）$f(z)$在D内连续，且对D内的任意闭曲线C，有$\oint_C f(z)dz=0$；（7）$f(z)$在D内的任意一点$z_0$的邻域内可展开成$z-z_0$的幂级数。

总之，复变函数中的概念教学是一个系统工程，学生要完全理解一个数学概念，并不能一蹴而就。教师应根据专业特点、教学对象和教学内容因材施教，必须围绕所教概念帮助学生逐步构建一个概念网络，网络的结点越多，学生对概念的理解才会越深刻。

参考文献

[1]钟玉泉.复变函数论[M].北京：高等教育出版社，2004.28-177.

[2]李红，谢松法.复变函数与积分变换[M].北京：高等教育出版社，2010.31-98.

[3]许秀珍.复变函数中的反例[J].安徽教育学院学报，2005，23（6）：10-11.

[4]姜淑珍.关于复变函数论教学方法的思考[J].长春师范学院学报，2004，23（2）：122-124.

[5]肖亚峰，侯强，杨明.复变函数与积分变换课堂教学方法改革研究[J].中北大学学报，2007，23：160-162.

基金项目：湖南省教育厅资助项目（16C0295）

作者简介：

罗逸平（1974-），男，湖南桃江县人，湖南城市学院，讲师，硕士，从事概率论与随机过程研究。