

# 中国传统文化中的数学元素—数列的那些事儿

邓明星

贵州大学附属中学

**[摘要]** 数列是高考数学的重要考查内容, 在学习中学生感觉数列内容枯燥缺乏实用背景, 对于数列学习的必要性认识不够。近年来高考试卷中出现了很多与中国传统文化相结合的数列创新型试题, 如何能让学生抽象出数列知识, 了解数列在中国传统文化中的各类应用背景, 将数学文化价值展现出来, 提升高中学生学习数学的兴趣, 是教师应该探索的课题。本文首先引导同学发现隐藏在中国传统文化中的数列, 体现数列的实用背景, 考查学生直观想象、逻辑推理、数学运算等学科素养。再通过微课在数列教学中的探索、研究性学习在数列教学中的应用, 给出高中数学新的教学模式和方法的一些探索成果。

**[关键词]** 中国传统文化; 数学元素; 数列

**[DOI]** 10.12252/j.issn.2096-6288.2021.10.1484

## 一、隐藏在中国传统文化中的数列

数列是高中数学教学中的重要内容, 对于同学们的运算能力要求较高, 在今后的大学数学学习中得到广泛的应用。很多同学在学习感觉数列内容较为枯燥缺乏实用性, 而且说到数列会觉得它是“舶来品”, 更多了解的是国外关于数列的故事和应用。实际上, 拥有五千年优秀历史的我们低估了古人的智慧, 中国古建筑中有许多的代表作如: 殿堂、楼阁、亭、塔、坛等, 工匠们在没有电脑作图、软件辅助的条件下, 能够设计出丰富多样的建筑模型, 依赖于一种非常重要的数学知识就是数列。另一方面, 我们仔细研究古人的生产生活, 在许多方面还会发现数列的身影, 现在就让我带领同学们进行一场时光穿梭之旅吧!

例1、《周易》被称为中国传统文化的源头, 而《乾坤谱》运用小说语言叙述周易学术问题, 其中在解释太极衍生原理时提出了“大衍数列”的概念, 是古代传统文化中隐藏着的世界数学史上第一道数列题。该数列前10项分别是0, 2, 4, 8, 12, 18, 24, 32, 40, 50, 则以下说法正确的是 ( )

- A. 该数列的第21项是200
- B. 该数列的第22项是242
- C. 该数列的奇数项的通项公式为  $a_n = 2n^2 + 1$
- D. 该数列的偶数项的通项公式为  $a_n = 2n^2 - 2n$

观察数列的前10项, 可知偶数项的通项公式为  $a_{2n} = 2n^2$ , 奇数项的通项公式为  $a_{2n-1} = a_{2n} - 2n = 2n^2 - 2n$ , 由此可知正确答案为B, 考查学生直观想象、逻辑推理、数学运算的数学核心素养。同学们是不是在感慨: 平时觉得数列只是在数学课本上不停计算的内容, 并不接地气, 原来古人早就将数列运用于自己的生活中了, 忍不住会想还有哪些有趣的数列问题呢? 快快继续旅行:

例2、宁夏一百零八塔, 据考证始建于西夏时期, 因塔数而得名, 其依山而建排列整齐、体现出和谐、对称之美。研究者发现自上而下的各层塔为1, 3, 3, 5, 5, 7, …… , 从第5层开始每层塔数成等差数列, 则该塔群最下层塔数为 ( )



A. 13 个 B. 15个

C. 17 个 D. 19个

由上可知, 从第5层起塔数构成首项为5, 公差为2的等差数列, 总塔数为108, 由等差数列的求和公式, 可求得塔群的层数为12层, 所以题目最终求  $a_8 = 5 + 7 \times 2 = 19$ , 故选D. 同学们在欣赏塔群带给你的视觉之美时, 应该感受到数形结合的魅力, 数学赋予了建筑活力, 古代能人巧匠们已经有了关于等差数列的概念, 其中蕴含了直观想象、数学运算等数学核心素养, 等差、等比数列的定义及性质等历来是高考试卷中的重点内容, 让数学源于生活逐渐根植于同学们的认知里。类似于塔群应用等差数列知识的古建筑, 还有北京天坛的圜丘坛中天心石和各层扇形石板分布, 相信你对于数列的重要性有了深刻的了解。你想找找中国传统文化中的等比数列吗?

例3、朱载堉明代著名的律学家(有“律圣”之称)、历学家、音乐家。朱载堉对艺术的最大贡献是他创建了十二平均律。十二平均律是目前世界上通用的把一组音(八度)分成十二个半音音程的律制, 各相邻两律之间的频率之比完全相等, 亦称“十二等程律”。即一个八度13个音, 相邻两个音之间的频率之比相等, 且最后一个音是最初那个音的频率的2倍。设第三个音的频率为  $f_1$ , 第七个音的频率为  $f_2$ , 则  $\frac{f_2}{f_1} =$  ( )

- A.  $\sqrt[3]{2}$
- B.  $\sqrt[4]{16}$
- C.  $4\sqrt[3]{2}$
- D.  $\sqrt[3]{2}$

根据题意, 可知13个音的频率成等比数列, 设其公比为  $q$ , 首项为  $a_1$ , 且  $a_{13} = 2a_1$ ,

$a_{13} = a_1 q^{12}$ , 得  $q = 2^{\frac{1}{12}}$ ,  $\frac{f_2}{f_1} = q^4 = \sqrt[3]{2}$ , 故答案为A, 在解读题意

时对于逻辑推理、直观想象的数学核心素养要求较高。朱载堉创建了十二平均律, 比欧洲人提前了数十年, 这一发现彻底解决了困扰人们千年的难题, 是音乐史上的重大事件。数学和音乐竟然可以完美地结合在一起, 真是妙不可言, 等比数列的

应用在这里得到了充分的体现。除了感受数列知识的悠久历史,我们是否能够借助现代教育手段,探索将中国传统文化运用于数列知识新课的新课教学中呢?笔者已经做了此方面的一些尝试,现在和大家一起来交流学习。

## 二、微课在数列教学中的探索

微课是近年来借助多媒体教学工具的一种新的授课方式,它能为学生提供自主学习的环境,能满足学生学科知识点的个性化学习的要求,知识点呈现形式多样化,尤其是应用于高中数学教学时,可以有别于传统教学中就事论事的特点,创设丰富的教学情境,一改高中数学给人刻板枯燥的形象,提升学生学习数学的兴趣。贵州省教育厅从2018年开始举办贵州省教学技能大赛-中小学微课应用暨竞赛活动,笔者每年都参加此项活动,对于微课应用有了一些自己的心得。2019年(第二届)微课比赛中《等比数列的前 $n$ 项和》获得贵阳市和贵州省微课“一等奖”,微课通过猪八戒投资创业小故事(以四大名著《西游记》唐僧师徒4人取经后传)引出等比数列前 $n$ 项和的公式的实用性,给出情境故事,吸引学生向后观看视频,重点向学生展示等比数列求和公式的推导过程(错位相减法为高频考点)互动板书设计与区域录制相结合,清晰流畅给出公式的推导过程,体现分类讨论的思想,再解决故事中问题进行前后呼应,并且采取高考真题(2017年课标II卷3题,古代数学名著《算法统宗》关于塔灯的等比数列问题)进行例题讲解。将中国传统文化紧紧与数列教学联系起来,微课讲解时间短,形式多样的媒体工具让情境故事呈现生动形象,极大地引起了同学们的学习兴趣,还可以反复观看,同学们反应比自己看教材更清楚有趣。2020年(第三届)微课比赛中,微课《秦九韶算法》获得贵州省微课“一等奖”,微课以百科式方式引出中国古代数学家的优秀成果秦九韶算法,向同学们展示古代优秀文化。在平时的教学中微课《指数函数》以通过杭州市良渚古城遗址、《庄子·天下篇》中的“一尺之棰,日取其半”向同学们展示了指数函数的具体形式,传统文化的引入增强了数学学习的趣味性,也让同学们获得了民族自豪感,让函数概念变得具体化。

通过上面的微课制作经验,针对本论文课题思考怎样制作将传统文化与数列教学结合的系列微课是笔者后期的探究重点。我们都明确数列知识在高考数学中的重要地位,那么能否与时俱进紧跟科技发展,帮助同学们轻松愉悦的学习高中数学,微课无疑是一条可尝试的路径。例如:在等差数列概念的引入时利用田忌赛马、宝塔装灯等关于古代数列名题配以生动形象的故事情节,让学生感受到等差数列的实用性和中国古代先进的数学研究成果,能够更加深刻的理解等差数列的概念。在讲解数列求和专题时,可以制作关于中国古代算法成果的微课,让同学们了解算法的发展历程,更好的学习数列求和。面对新高考的到来,以及新教材的使用,学校已经在开展研究性学习教学。事实上,传统的数学课堂教学往往注重知识的传播,对于学生发现问题、提出问题、解决问题的能力培养不足。研究性学习通过学生亲身参与的

实践活动获取知识、得出结论,而不是由老师直接教授给学生。

## 三、研究性学习之少数民族建筑中的数列

贵州省是一个多民族聚居的省份,其中有许多具有民族特色代表性的建筑,如:水族木楼、布依族石板房、侗族鼓楼等等。实际上,少数民族的传统建筑中蕴含了许多的数学元素,笔者所在的学校是一所省级学校,学生来自全省各个地区,差不多三分之一的同学为少数民族,我想他们更应该了解自己本民族的特色建筑中的数学知识。老师可以带领学生进行课题为:少数民族建筑中的数学的研究性学习,由于学校毗邻贵州大学校园,大学校园里有一座侗族鼓楼方便学生进行实地测量、观察等,我们以侗族鼓楼中的数学为研究性学习的范例。下面给出设计思路和程序:

1. 可先利用班会课,利用ppt向同学展现中国古代典型建筑中数学知识的存在和应用,由此过渡到少数民族的传统建筑中的数学研究;
2. 将班上的同学进行分组,以小组为单位搜集各民族典型特色建筑,利用网络查找关于贵州少数民族建筑方面的数学材料以及到贵州大学图书馆查阅相关文献,为自己的研究性学习找明方向;
3. 带领学生进入贵大校园对侗族鼓楼进行实地考察,学生利用手机等工具,记录下许多的资料,可以引导学生从鼓楼的平面图以及各个边长中发现等差、等比数列等知识,各抒己见再次明确自己的研究性学习方向。鼓励学生利用周末时间,再次考察贵阳花果山小区的另一座侗族鼓楼,为自己的研究性学习提供更多的材料,学生从小组合作的实践中获得了课外的知识和体会到自我发现问题、解决问题的乐趣。对于教师而言,一成不变的教学方式,僵化的教学方法,只是考虑让学生按照自己的既定方式单纯的会解数学题,并不利于学生数学思维的发展,要与时俱进,增加自己的数学课堂的魅力,注意根据学生的特点展示他们各自的长处,促使学生主动积极学习。
4. 组织学生进行开题,写关于侗族民族建筑中的数列知识小论文,在高中数学的学习中营造思考和研究的环境,为学生适应大学学习作铺垫。

通过以上的论述,我们会发现其实中国传统文化中蕴含着很多的数学元素,同学们对于传统文化的了解比较熟悉的是书法、诗词、国画等等,或者是中国古代数学家已经有很多优秀的成果如:割圆术、杨辉三角、秦九韶算法等。实际上古代的能人巧匠已经运用数学知识构造出许多的民族瑰宝,数学教师应该善于发现,拓展数学课堂教学内容,增强学生发现、研究问题的能力,培养学生直观想象、数学运算等学科素养。

## 参考文献:

- [1] 许伟荣. 还原历史文化,精彩数列学习[J]. 数学教学研究, 2011(08).
- [2] 吴秀吉. 侗族鼓楼建筑艺术中的数学文化[J]. 德宏师范高等专科学校学报, 2018(01).
- [3] 李娜. 高中数学文化题的解题教学—以数列问题为例[J]. 新课程教学: 电子版, 2021(10).