

创造有意义的学习经历的高等代数课程设计

——以“行列式按行（列）展开”为例

孟庆云 赵艳

河南工业大学理学院

[摘要]《高等代数》是大学数学各专业本科生的一门重要基础课程，在教学过程中，要坚持把立德树人作为重要环节，把“为了每一个学生的终身发展”作为核心理念，另一方面，要充分发挥“线上+线下+课程思政”教学模式的优势，创造有意义的学习经历，培养学生的创新能力，使学生更加灵活主动地学习。本文以“行列式按行（列）展开”的教学设计为例，探索“创造有意义的学习经历”的高等代数教学模式。

[关键词]课程设计；课程思政；线上线下

[DOI] 10.12252/j.issn.2096-6288.2021.10.977

在数学广泛应用于其他学科的今天，高等代数以其追求内容结构的清晰刻画和作为数学应用的基础，它是数学在其他学科应用的必需基础课程，又是培养学生数学素养的核心课程。本课程注重讲授代数学的基本知识，强调对学生在代数学的基本思想、基本方法、基本运算三个方面的训练，发展学生的数学抽象、直观想象素养，用数学思维分析、数学语言表达世界，发展逻辑推理与运算素养。本文以“行列式按行（列）展开”的教学设计为例，探索“创造有意义的学习经历”的教学模式。

一、“创造有意义的学习经历”教学模式下的教学目标设计

知识与技能目标：理解余子式和代数余子式的概念；掌握并会推导行列式按行（列）展开法则，并会运用行列式按行（列）展开法则求高阶行列式的方法。

过程与方法目标：培养学生查阅资料、自主学习和独立思考的能力；培养学生分析问题、解决问题的能力；培养学生分工协作能力、语言组织能力。

课程思政教学目标：使学生意识到要努力学习先进的科学文化知识，并把理论知识应用于实践；增强学生的民族自豪感、文化自信心和爱国情怀；鼓励学生要正确面对挫折和失败，学会在困难中锻炼自己和磨练自己。

二、“创造有意义的学习经历”教学模式下的教学方法设计

我们采取的教学方法是教师启发引导教学，主要采用情境教学法与实验探究法组织教学，使整个教学过程成为提出问题、讨论问题、动手实践、解决问题的过程。另一方面，学生在教师的引导下自主思考、分析讨论、实践探究、归纳总结。不仅认识概念和定理的本质，同时激发自身潜能，培养创新能力与实践能力。

三、“创造有意义的学习经历”教学模式下的教学过程设计

（1）回顾复习、引出本节主题

复习回顾二阶、三阶和n阶行列式这三类行列式的定义和计算方法、引导学生观察n阶行列式的特点，鼓励引导学生不怕困难勇于探索。教育学生正确面对学习生活中遇到的困

难，学会在困难中锻炼自己和磨练自己。

二阶行列式：

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \longrightarrow \text{对角线法则}$$

三阶行列式：

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \longrightarrow \text{对角线法则}$$

n阶行列式：

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

方法一：利用n阶行列式的原始定义

方法二：利用n阶行列式的6个性质

（2）师生互动、深入理解概念

学习通提前发布本节课的学习资料和讨论话题：

$$(1) \text{ 计算 } \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & 0 & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{ni} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}, \text{ 其中第 } i \text{ 行所有元素除 } a_{ij} \text{ 外都}$$

为零。

（2）上述行列式换为第j列所有元素除 a_{ij} 外都为零，结论是什么？

要求学生课下查看资料，自学本节课第一个知识点，并且随机选出学生代表讲解余子式和代数余子式的定义。目的培养学生自主学习和独立思考的能力，树立终身学习的理念。

（3）问题驱动、分析探究引理

提出问题学生讨论，引出前置定理。

已知两个行列式

$$D_1 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{r1} & a_{r2} & \cdots & a_{rn} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} \quad D_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{r1} & b_{r2} & \cdots & b_{rn} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

在这里 D_i 除第 i 行外其余各行元素均与 D_1 相同。

问题1: 这两个行列式第 i 行元素的余子式和代数余子式是否相等?

问题2: 对两个行列式按照第 i 行展开来计算行列式。

问题3: 计算式子 $c_{i1}A_{i1} + c_{i2}A_{i2} + \dots + c_{in}A_{in}$, 其中 $A_{i1}, A_{i2}, \dots, A_{in}$ 为 D_1 的 (i, j) 元的代数余子式。

此环节的设计目的是培养学生团队意识和与他人合作交流的能力, 鼓励学生都能大胆的站到讲台上展示个人风采, 与同学们分享自己的成果。

(4) 定理讲解、弘扬传统文化

定理 行列式等于它的任一行(列)的各元素与其对应的代数余子式乘积之和, 即

$$D = a_{i1}A_{i1} + a_{i2}A_{i2} + \dots + a_{in}A_{in} \quad i=1, 2, \dots, n$$

或

$$D = a_{1i}A_{1i} + a_{2i}A_{2i} + \dots + a_{ni}A_{ni} \quad i=1, 2, \dots, n$$

这个定理叫做行列式按行(列)展开法则。

通过介绍东汉前期成书的《九章算术》, 中国古人已对复杂的线性方程组问题展开了研究, 坚定学生文化自信。

(5) 应用实例、深化概念理解

例题讲解——教师引导、学生参与; 引导学生——层层递进、解决问题。教育学生要有创新精神, 培养自己的创新能力, 用掌握的知识来解决更多的问题。

例 用行列式按行(列)展开法则计算行列式:

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 \\ -5 & 1 & 3 & -4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -5 & 3 & -3 \end{vmatrix}$$

解: $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ -1 & 1 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & 5 & 2 \end{vmatrix} = 3A_{23} = -3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = -54.$

(6) 总结提升、解释知识原理

总结本节课知识点, 提升认识; 解释应用知识原理, 强调创新。在处理 n 阶行列式的计算中, 通常是行列式的定义、行列式的6个性质和行列式按行(列)展开法则的综合应用。

(7) 情感升华、任务后延

播放视频: 习总书记在纪念五四运动100周年大会上的讲话视频, 教育学生一定要珍惜时代机遇, 坚信知识改变命运, 科技创造未来, 要努力学习先进的科学文化知识, 毫不畏惧面对一切艰难险阻。学习通布置作业、巩固知识。

四、“创造有意义的学习经历”教学模式下的考核方式

采取“线上+线下”的过程性考核和终结性考核相结合的模式, 使学生成为教学中的主体, 重视学生创新能力的发展, 促进学生综合能力的全面发展, 创造有意义的学习经历。

在教学过程中, 我们将继续围绕以“学生的学习、学生学习的效果、学生的发展”为中心, 充分发挥“线上+线下+课程思政”教学模式的优势, 坚持以文化人、以德育人, 坚持学生中心, 全面发展, 继续探索“创造有意义的学习经历”的高等代数教学模式。

参考文献

[1] 田研. 线上线下混合式教学模式中融入课程思政的探讨——以线性代数课程教学为例[J]. 理科爱好者(教育教学), 2020, (05): 3-5.

[2] 王跃恒等. “以学生为中心”的线性代数课程教学研究与实践[J]. 湖南工业大学学报[J]. 2010(2): 99-101.

[3] 汪定, 国罗萍. 课程思政理念融入高等代数课程教学的探索与实践[J]. 科教文汇(上旬刊)[J]. 2021, (07): 78-80.

[4] 王玉行. 高等代数教学对学生形成和发展数学品质的意义及教学策略[J]. 数学教育学报, 2007, 16(3): 3.

作者简介:

孟庆云, (1982, 10-), 女, 河南省鹤壁市, 汉族, 研究生学历, 副教授, 研究方向: 代数学。

该论文的完成得到了河南工业大学2020-2021年理学院高等教育教学改革项目(0112/26510002)、河南工业大学2020-2021年“线上线下+课程思政”

建设项目(0003/26400439)以及2020年河南工业大学青年骨干教师资助计划的支持(0503/21420125)。

过程性考核占 40%, 期末考试占 60%

考核方式	考核详细说明	所占比例
过程考核1线上或线下章测试(每章一测, 共5章)+作业	本章成绩=章测试(线上测试或课堂测试或线上线下结合测试的方式, 满分20)分数+本章交作业次数(平均每章通知交作业次数约5次) 注: 本章实际得分 ≥ 20 分按满分20分计算.	20%
过程考核2 按时完成章节任务点	在线下课堂开始两小时前完成本章节任务点	10%
过程考核3 素质与学习活动参与度	课堂表现(包括但不限于提问、演板、回答问题); 线上(学习通讨论区讨论、QQ群主动答疑、参与调查问卷、抢答等)(以学习通记录的分数为准); 课外作业(小论文的写作或思维导图呈现)、为班级服务表现单独记录分数. 旨在考察在能力、素养方面的情况, 鼓励大家做“多交流、善分享、勇创新、讲奉献”的大学生!	10%
期末考试	采用线下闭卷考试, 综合考查学生对课程基本知识理论与方法的掌握情况.	60%
总计		100%