

# “六步教学法”在三元一次方程组课堂教学中的运用

李亚文 唐亚军 张新全  
合肥师范学院数学与统计学院

[摘要] 在新课改和“双减”的大背景下,高效的课堂教学模式一直是教育界关注的中心。根据新课改和“双减”的理念,联系自身教学实践经验提出了“数学课堂六步教学法”,将数学课堂教学分为“目标出示、情境引入、自主学习、提优点拔、训练反馈、小结扩展”六个步骤。笔者在这里将介绍“六步教学法”的具体内容及实施要点。

[关键词] 六步教学法;三元一次方程组;课堂教学

[DOI] 10.12252/j.issn.2096-6288.2021.12.1182

## 一、“六步教学法”的推行背景

魏书生是中国20世纪90年代的教学改革倡导者,在他的教育精神中,充分体现了现如今基础教育所大力提倡的新课程核心理念。“六步教学法”是其教育思想和实践经验的首要体现,也是“学生自学+教师指导”教学模式最具代表性的个例,该模式力图提升“课堂效率”。他的这种教育思想和课堂实践的有机结合不仅充分体现了新课程理念所提倡的“自主、探究、合作”的学习方式,也充分彰显了新课堂模式中的各种变式。多年来,魏书生“六步教学法”对指导年轻一代教师具有突出意义,因此被广大年轻教师学习,并取得非常好的效果。

魏书生的教学方法由定向、自学、讨论、答疑、自测、自结组成,因此取名“六步教学法”。

1. 定向:由任课教师和学生共同确定本节课的重点学习内容。

2. 自学:学习重点被确定下来之后,学生的学习目标和教师的教学目标也更加明确,这也在隐性中提升学生预习和教师备课的质量。

3. 讨论:授课教师根据本班学生的学情和以往的教学经验确定探究题目,让学生小组合作解决探究题,记录未解决的问题,由教师带领学生进行重新梳理,在这过程中,教师作主导,学生作主体,进而使得问题得以解决。

4. 答疑:教师面对学生的疑惑,有逻辑有条理的引导,不断地融入数学中的解题思想,让学生用旧知解决新问题。

5. 自测:自我测验,每个学生根据自己在预习新课中所犯得错误出题,然后每组成员之间交换题目,解答完后大家交换回来用红笔进行批改,做错的同学需要将红色标注的内容再用蓝色的笔认真做一遍,然后再次用红笔进行二次批改。批改题目过后每组选出最具有代表性的题目进行发言,教师组织全体学生一起探究。也可以选择其他的测验方式,例如邀请一名同学出题,然后大家一起回答。这样可以立马反馈同学们知识点的掌握情况和进步情况,从而体会到学习的乐趣。让老师也能得到最快最准确的教师反馈和学习反馈。

6. 自结:让学生以小组为单位举手发言,总结本小组的学习重点、薄弱环节,掌握情况,每组发表不同的内容。教师作主导,学生作主体,循环往复夯实新知。

魏书生“六步教学法”体现了新的教育理念,且在课堂教学的六个环节上,体现了以教师为主导,学生为主体的教育规律。六个环节既独立又互相联系,既相对稳定,又随机灵活。

同时“六步教学法”也体现了信息论和控制论的原理,即在课堂教学的结构中,首先建立信息,其次二、三、四步处理信息,最后五、六两步反馈信息。

## 二、“六步教学法”在三元一次方程组中的应用举例

笔者在魏书生“六步教学法”的基础上,结合自己的课堂反复实践后的经验,提出新的“六步教学法”。下面将通过人教版七年级下册《8.4三元一次方程组的解法》的应用为例,具体通过(一)目标出示、(二)情境引入、(三)自主学习、(四)提优点拔、(五)训练反馈、(六)小结扩展等六个步骤阐述“六步教学法”的实施过程。

### (一)目标出示

1. 会用凑整法、消元法、参数法、待定系数法、主元法等方法解三元一次方程组;

2. 理解上述解法所蕴涵的数学思想。

### (二)情境引入

情境问题1 2021年是建党100周年,小华所在班级庆祝建党100周年活动。小华买13面国旗、5枚团徽、9块纪念章,共用

去38.5元;如果买2面国旗、4枚团徽、3块纪念章,则共用去14元。试问:只买国旗、团徽、纪念章各1个,共需多少钱?

解:设国旗、团徽、纪念章的单价分别为 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 元。

根据题意,得: 
$$\begin{cases} 13x+5y+9z=38.5(1) \\ 2x+4y+3z=14(2) \end{cases}$$

设计意图:所列方程组为三元一次方程组,注意到该方程组中有三个未知数,但却只有两个等式,因此要分别求出 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 的定值是不可能的,但我们应当注意到题目所要求的解是 $(x+y+z)$ 整体的值,所以,我们可以通过不同的变形得到不同的解法。通过对该例题的分析,引导学生掌握四种常用方法:凑整法、消元法、参数法、待定系数法解决该类问题。

### (三)自主学习

学生自主探究完成以下问题,教师巡视课堂。

分析1:观察题中所列方程未知数系数的特点,利用数的组合、分解及有关运算性质,将未知数系数凑成整数倍,从而解决问题。

解法1:凑整法:

由 $\frac{(1)+2}{3}$ ,得 $5x+3y+4z=17.5(3)$

再由 $(2)+(3)$ ,得 $7(x+y+z)=31.5$

所以 $(x+y+z)=4.5$

答:只买国旗、团徽、纪念章各1个,共需4.5元。(后文解法中的答省略)。

解法2:凑整法: 
$$\begin{cases} 13(x+y+z)-4(2y+z)=38.5(3) \\ 2(x+y+z)+(2y+z)=14(4) \end{cases}$$

原方程可变形为: 
$$\begin{cases} (3)+(4)\times 4, \text{解得 } x+y+z=4.5. \end{cases}$$

分析2:用代入消元法消去一个未知数,然后求得解。

解法3:消元法

令 $x=0$ ,得方程组 
$$\begin{cases} 5y+9z=38.5 \\ 4y+3z=14 \end{cases}$$

解得: 
$$\begin{cases} y=0.5 \\ z=4 \end{cases}$$

则 $x+y+z=4.5$ 。

评析:通过消元法,我们也可以将另外两个变量之一设为0,即令 $y=0$ 或令 $z=0$ ,其余同理可得。

### (四)提优点拔

分析3:将问题进行简化,不妨设含有 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 的式子为一个未知数,如可设 $x+y+z=k$ ,然后求解 $k$ 的一元一次方程。

解法4:参数法: 
$$\begin{cases} 13x+5y+9z=38.5(1) \\ 2x+4y+3z=14(2) \\ x+y+z=k(3) \end{cases}$$

设 $x+y+z=k$ ,则: 
$$\begin{cases} (1)-(2)\times 3, \text{得: } x-y=0.5(4) \\ (3)\times 3-(2), \text{得: } x-y=3k-14(5) \end{cases}$$

由 $(4)$ 、 $(5)$ 联立得:  $3k-14=0.5$ 。

所以 $k=4.5$ ,即:  $x+y+z=4.5$ 。

分析4:因为本题所求结果是某种确定的形式,故可以考虑引入一些未确定的系数,即通过已知条件建立恒等式,进而求出该结果。

解法5:待定系数法:

设:  $x+y+z=a(13x+5y+9z)+b(2x+4y+3z)=(13a+2b)x+(5a+4b)y+(9a+3b)z$ 。

由等式两边对应项的系数,得: 
$$\begin{cases} 13a+2b=1 \\ 5a+4b=1 \\ 9a+3b=1 \end{cases}$$

解得: 
$$\begin{cases} a=\frac{1}{21} \\ b=\frac{4}{21} \end{cases}$$

所以 $x+y+z=\frac{1}{21}\times 38.5+\frac{4}{21}\times 14=4.5$

### (五)训练反馈

巩固练习:有红、黄、蓝三种颜色的球,若买红球3个、黄球7个、篮球1个,共需3.15元;若买红球4个、黄球10个、篮球1个,共需4.20元.则买红、黄、篮球各1个,共需多少钱?

学生通过自己在做巩固练习时,将不懂不熟练的知识点及碰到的困难记下来,在课堂讨论的时候和同学们一起讨论.例如,“参数法中的 $x+y+z=k$ 是如何确立的”.

该环节中,学生先自己解决问题,然后再分小组讨论在学习中所遇到的问题,讨论结束后,让小组分享、交流学习经验和心得体会.下面展示较为精彩的师生讨论的教学片段.

师:有同学能解答上述问题吗?

教师刚说完,便有一名男生起身.

生1(组1):老师,我们小组已经用凑整法求出了该题的答案.

师:非常好!那么就请你代表第1小组的同学到讲台上给大家讲解一下.

生1迅速地走上讲台,边讲解边在黑板上流畅地板书:

解:设红球单价为 $x$ ,黄球单价为 $y$ ,篮球单价为 $z$ 元.

$$\begin{cases} 3x+7y+z=3.15(1) \\ 4x+10y+z=4.2(2) \end{cases}$$

利用凑整法,我们通过观察和变形可以得到:

$$\begin{cases} 3(x+y+z)+2(2y-z)=3.15(3) \\ 4(x+y+z)+3(2y-z)=4.2(4) \end{cases}$$

$(3)\times 3-(4)\times 2$ ,得 $x+y+z=1.05$ .

所以,购红球、黄球、篮球各个需1.05元.

同学们都发出了赞美,教室里猛地响起了掌声.

师:第1组同学不错!他们不仅巧妙地使用了凑整法,解题思路也较为自然、流畅,其他小组的同学是否有不一样的想法呢?

教师刚讲完,又有一位学生急切地站起来.

生2(组2):老师,我们小组已经用消元法求出了答案.

师:很棒呀!那么也请你代表第2小组的同学来给大家讲解一下.

生2:设红球单价为 $x$ ,黄球单价为 $y$ ,篮球单价为 $z$ 元.

$$\begin{cases} 3x+7y+z=3.15(1) \\ 4x+10y+z=4.2(2) \end{cases}$$

我们小组通过观察发现,用消元法能快速地解答这个问题,尤其是选择令 $y=0$ ,更加简便,于是我们就令 $y=0$ ,可得:

$$\begin{cases} 3x+z=3.15(3) \\ 4x+z=4.2(4) \end{cases}$$

$(4)-(3)$ ,得 $x=1.05$ .则 $z=0$ .

故 $x+y+z=1.05$ ,所以,购买红球、黄球、篮球各1件共需1.05元.

生2的讲解刚一结束,台下的学生就情不自禁地鼓起掌来.

师:不错!第2小组的解法巧妙地运用了消元法,而且使问题变得更为简单,解题过程非常流畅.

此时,课堂气氛十分活跃,“老师,我们小组已经用参数法求出了答案.”生3(组3)已经抑制不住分享的心情,兴奋地站起来说.

师:那很好啊!就请你代表第3小组的同学上来给大家讲解你们组想出的方法.

$$\text{生3: 设 } x+y+z=k, \text{ 则: } \begin{cases} 3x+7y+z=3.15(1) \\ 4x+10y+z=4.2(2) \\ x+y+z=k(3) \end{cases}$$

$(2)-(1)$ ,得: $x+3y=1.05(4)$ .

$(1)-(3)$ ,得: $2x+6y=3.15-k$ .

$(4)\times 2$ ,得 $3.15-k=2.1$ ,所以 $k=1.05$ ,从而 $x+y+z=1.05$ ,

所以购买红球、黄球、篮球各1件共需1.05元.

教室里又听到喝彩声.

师:第3小组的解法从参数法的定义出发,通过题意列出式子,解题过程思路清晰,非常难得!希望其他同学能切实掌握.

“老师,我们小组还可以用待定系数的解法.”生4(组4)也站起来说.

师:很好!那请你代表第4小组来讲台上给大家讲解一下.

生4:

$$x+y+z=a(3x+7y+z)+b(4x+10y+z)=(3a+4b)x+(7a+10b)y+(a+b)z.$$

$$\text{所以得: } \begin{cases} 3a+4b=1, \\ 7a+10b=1 \\ a+b=1 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a=3 \\ b=-2 \end{cases}$$

所以 $x+y+z=3\times 3.15-2\times 4.2=1.05$ .

同学们很认同生4的做法.

课堂气氛在这一刻已经变得异常活跃了,生5(组5)激动地说:“老师,我们小组发现了一种新的方法!”

师:真的吗?非常棒!请你代表第5小组的成员来讲台上给大家分享一下你们的解法.

生5:我们尝试将 $z$ 视为常数,将原方程组变形一下:

$$\text{得: } \begin{cases} 3x+7y=3.15-z \\ 4x+10y=4.2-z \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x=1.05-1.5z \\ y=0.5z \end{cases}$$

所以 $x+y+z=1.05$ .

生5刚一讲完,一下子又响起了欢呼声.

### (六)小结扩展

师:第5小组的解法可称为“主元法”,他们能利用将一个未知数看作常数来求解此题,且解题思路自然流畅,非常有创意!也可以说独辟蹊径,妙不可言(组5的学生很自豪)!让我们再次为第5小组的创新解法鼓掌!

各小组代表汇报分组讨论的成果,教师积极引导,有意识的培养学生的推理能力及语言表达能力.

### 三、教学启示

在初中数学“三元一次方程组解法的应用”课堂中尝试运用“六步教学法模式”的意义主要有以下两点:

#### 1. 学生自主学习:唤起兴趣,提升能力

“六步教学法”在课堂上获得了显著的教学效果、教学效率及吸引力.主要原因在于:第一,六步教学中的学习目标出示、情境引入、自主学习、提优点拔、训练反馈、小结扩展整个过程具有科学性,合乎人的学习感知规律.第二,学生通过学习目标和情境导入,很快清晰明确学习目标,让人人更快地进入学习状态,让整个学习过程提高效率;第三,自主学习,促使学生对数学学习更具有主人翁意识,更加积极;第四,提优点拔和训练反馈是授课老师在一节课中发挥最关键的环节,不仅是对学生自学效果的直接反馈,更是对学生自学习惯的不断强化;最后,小结扩展让学生站在自己的角度去理解整节课,将会帮助学生加深理解.在该学习进程中,每个环节彼此独立又环环相扣,不断从梯度和深度的两个方面去激发学生学习的动机及深化学生学习的认知.

#### 2. 课堂效率及问题解决:不断提升

在初中数学教学中,笔者所改善的“六步教学法”符合学生认知规律,有效提升了学生课堂学习效率和问题解决的能力,这一应用价值在笔者的课堂实践中得以证明.

### 参考文献:

- [1] 乔伊斯. 教学模式[M]. 北京: 中国轻工业出版社, 2002.
- [2] 施良方. 学习论[M]. 北京: 人民教育出版社, 2001.
- [3] 魏书生. 教学工作漫谈[M]. 桂林: 漓江出版社, 2014.
- [4] 魏书生. 班主任工作漫谈[M]. 桂林: 漓江出版社, 2014.
- [5] 魏书生. 语文教学探索[M]. 开封: 河南大学出版社, 1990.
- [6] 朱璇. 浅谈魏书生六步教学法[J]. 教育探究, 2009(11): 9-10.
- [7] 魏书生. 45分钟以学为主[J]. 语文教学通讯, 1996(5): 14-15
- [8] 陈瑾琨. 对分课堂教学模式在初中数学教学中的尝试[J]. 中学数学, 2021(7): 3-5.

### 作者简介:

李亚文(1991-),男,安徽芜湖,合肥师范学院,硕士研究生;研究方向:学科教学(数学)  
唐亚军(1995-),男,安徽阜阳,合肥师范学院,硕士研究生;研究方向:学科教学(数学).

张新全(1968-),男,安徽寿县,合肥师范学院,教授,硕士生导师;研究方向:数学课程与教学论.