

# 威布尔模型与乙型水驱曲线联解法预测油气田开发指标

付帅

中油辽河油田公司锦州采油厂

**摘要:** 威布尔 (Weibull) 预测模型在预测油田产油量随时间的变化关系方面表现出色。与此同时, 乙型水驱曲线法在预测累积产水量与累积产油量之间的关系方面也有出色表现。将这两种方法相结合, 不仅能够保持它们各自的原有预测功能, 还能够克服它们各自的局限性。联解法作为这两种方法的综合应用, 具备了预测油气田多项开发指标的强大能力, 包括可采储量、累积产量、含水率、年产量、最高年产量及其发生的时间等。这种方法结合了图表和图形, 使得计算结果一目了然, 方便分析和实际应用。通过联解法, 能够更全面地预测油气田的开发情况, 充分利用威布尔模型和乙型水驱曲线法的长处, 以取得更准确的预测结果, 为油田开发和管理提供了有力的支持。

**关键词:** 威布尔模型; 乙型水驱曲线; 油气田; 开发指标; 可采储量; 最高年产量

【DOI】10.12252/j.issn.2096-6288.2022.06.073

## 一、引言

威布尔 (Weibull) 模型用于描述油田的产油量随时间的变化关系, 该模型考虑了产油速率的变化, 为年产量和累积产量的预测提供了可靠的依据。乙型水驱曲线法用于预测累积产水量与累积产油量之间的关系, 有助于确定含水率、可采储量以及最高年产量。含水率的计算基于产水和产油的比值, 可采储量则可从产油曲线中获得, 而最高年产量通常对应于产水量与产油量之间的最大差值。联解法的应用使得我们能够更全面地预测水驱油田的开发指标, 为油田开发和管理提供了强有力的支持, 为决策制定和资源分配提供了坚实的基础。

## 二、基础理论

威布尔预测模型以其出色的能力, 能够很好地预测油田产油量随时间的变化关系。然而, 它无法提供有关油田的含水率、产液量、产水量、累积产液量和累积产水量等开发指标的预测信息, 这些开发指标对于水驱开发油田至关重要。另一方面, 乙型水驱曲线法在油藏工程中也是一种关键的预测方法, 它能够有效地预测累积产水量与累积产油量之间的关系。然而, 这种方法无法提供开发指标与开发时间的关系, 而开发时间对于油田开发指标的预测至关重要。威布尔预测模型和乙型水驱曲线法的联解法既保留了威布尔模型和乙型水驱曲线法的原有预测功能, 又弥补了它们各自的局限性。

### (一) 威布尔预测模型的建立

威布尔 (Weibull) 模型的分布密度表示为:

$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta} x^{\alpha-1} e^{-(x/\beta)^\alpha} \quad (2-1)$$

式中  $f(x)$  ——威布尔分布密度函数;

$x$  ——分布变量区间为  $0 \sim \infty$ ;

$\alpha$  ——控制分布形态的形状参数;

$\beta$  ——控制分布峰位和峰值的尺度参数。

对 (2-1) 式积分,  $x$  在  $0 \sim \infty$  区间内, 得到威布尔分布函数值为 1:

$$F(x) = \int_0^x f(x) dx = \int_0^x \frac{\alpha}{\beta} x^{\alpha-1} e^{-(x/\beta)^\alpha} dx = -\int_0^x e^{-(x/\beta)^\alpha} d(-x^\alpha/\beta) = -e^{-(x/\beta)^\alpha} \Big|_0^x = 1 \quad (2-2)$$

将威布尔分布模型用于油气田开发指标预测, (2-1) 式可改写为:

$$Q = \frac{C\alpha}{\beta} t^{\alpha-1} e^{-(t^\alpha/\beta)} \quad (2-3)$$

式中  $Q$  ——油气田年产量,  $10^4 \text{t/a}$  (油) 或  $10^8 \text{m}^3/\text{a}$  (气);

$t$  ——油气田开发时间, a;

$C$  ——将威布尔分布模型转换为油气田开发实用模型的模型转换常数。

油气田的累积产量表达式为:

$$N_p = \int_0^t Q dt \quad (2-4)$$

式中  $N_p$  ——油气田累积产量,  $10^4 \text{t}$  或  $10^8 \text{t}$  (油) 或,  $10^8 \text{m}^3$  (气)。

将 (2-3) 式代入 (2-4) 式, 积分得:

$$N_p = c \left[ 1 - e^{-(t^\alpha/\beta)} \right] \quad (2-5)$$

当  $t \rightarrow \infty$  时,  $e^{-(t^\alpha/\beta)} = 0 \rightarrow N_p = c = N_R \rightarrow N_p = N_R$

$$\left[ 1 - e^{-(t^\alpha/\beta)} \right] \quad (2-6)$$

模型转换常数  $c$ , 即: 油气田的可采储量  $N_R$ , 故 (2-3) 式改写为:

$$Q = \frac{N_R \alpha}{\beta} t^{\alpha-1} e^{-(t^\alpha/\beta)} \quad (2-7)$$

为确定最高年产量发生时间, 由 (2-7) 式对  $t$  求得:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{N_R \alpha}{\beta} t^{\alpha-2} \left[ (\alpha-1) - \frac{\alpha}{\beta} t^\alpha \right] e^{-(t^\alpha/\beta)} \quad (2-8)$$

$$\frac{dQ}{dt} = 0 \rightarrow (\alpha-1) - \frac{\alpha}{\beta} t^\alpha = 0$$

最高年产量发生的时间 ( $t_m$ ) 为:

$$t_m = \left[ \frac{\beta(\alpha-1)}{\alpha} \right]^{1/\alpha} \quad (2-9)$$

最高年产量 ( $Q_{\max}$ ) 的表达式:

$$Q_{\max} = N_R \left[ \frac{\alpha}{\beta} \right]^{1/\alpha} (\alpha - 1)^{1-1/\alpha} e^{-[(\alpha-1)/\alpha]} \quad (2-10)$$

(2-9)式代入(2-6)，得油气田最高年产量发生时，累积产量( $N_{pm}$ )为：

$$N_{pm} = N_R \{1 - e^{-[(\alpha-1)/\alpha]}\} \quad (2-11)$$

剩余可采储量( $N_{RR}$ )表达式为：

$$N_{RR} = N_R - N_p \quad (2-12)$$

(2-6)式代入：

$$N_{RR} = N_R e^{-(t^\alpha/\beta)} \quad (2-13)$$

剩余可采储量的储采比( $\omega$ )表达式为：

$$\omega = \frac{N_{RR}}{Q} \quad (2-14)$$

(2-7)式和(2-13)式代入：

$$\omega = \frac{\beta}{\alpha t^{\alpha-1}} \quad (2-15)$$

剩余可采储量采油速度是储采比的倒数，因此由(2-15)式推出剩余可采储量采油速度( $v_o$ )的表达式：

$$v_o = \frac{1}{\omega} = \frac{\alpha t^{\alpha-1}}{\beta} \quad (2-16)$$

将(2-16)改为百分数(%)表示：

$$v_o = \frac{100\alpha t^{\alpha-1}}{\beta} \% \quad (2-17)$$

(二) 威布尔模型与乙型水驱曲线的联解法

利用数理统计学中的威布尔分布，研究与推导得到了威布尔预测模型<sup>[1]</sup>。该模型具有预测油田产量、累积产量和可采储量的功能，其基本关系式分别为：

$$Q_o = at^b \exp\left[-\frac{t^{b+1}}{c}\right] \quad (2-18)$$

$$N_p = \frac{ac}{b+1} \left[1 - \exp\left(-\frac{t^{b+1}}{c}\right)\right] \quad (2-19)$$

$$N_R = \frac{ac}{b+1} \quad (2-20)$$

乙型水驱曲线法的基本关系式为：

$$\lg L_p = A + BN_p \quad (2-21)$$

由(2-21)式对时间t求导数得：

$$\frac{1}{2.303L_p} \cdot \frac{dL_p}{dt} = B \frac{dN_p}{dt} \quad (2-22)$$

$$\text{已知：} \frac{dL_p}{dt} = Q_o + Q_w; \quad \frac{dN_p}{dt} = Q_o; \quad \frac{Q_w}{Q_o} = R_{wo}。$$

故由(2-22)式得：

$$L_p = \frac{1}{2.303B} (1 + R_{wo}) \quad (2-23)$$

将(2-23)式代入(2-21)式得：

$$\lg(1 + R_{wo}) = A + BN_p + \lg 2.303B \quad (2-24)$$

取经济极限水油比( $R_{wo}$ )<sub>L</sub>，由(2-24)式得到预测油田可采储量的关系式：

$$N_R = \frac{\lg[1 + (R_{wo})_L] - (A + \lg 2.303B)}{B} \quad (2-25)$$

已知水油比与含水率的关系为：

$$R_{wo} = \frac{f_w}{1 - f_w} \quad (2-26)$$

将(2-26)式代入(2-24)式得：

$$f_w = 1 - 10^{-(A + BN_p + \lg 2.303B)} \quad (2-27)$$

将(2-19)式代入(2-27)式得：

$$f_w = 1 - 10^{-\left\{A + B \left[ \frac{ac}{b+1} \left(1 - \exp\left(-\frac{t^{b+1}}{c}\right)\right)\right] + \lg 2.303B \right\}} \quad (2-28)$$

由(2-18)得到预测产油量、(2-28)得到预测含水率之后，由下面的公式可以预测油田的产水量和产液量：

$$Q_w = Q_o \left( \frac{f_w}{1 - f_w} \right) \quad (2-29)$$

$$Q_L = Q_o \left( \frac{1}{1 - f_w} \right) \quad (2-30)$$

最高年产量发生时间 $t_m$ 计算公式如下：

$$t_m = \left( \frac{bc}{b+1} \right)^{\frac{1}{b+1}}$$

最高年产量 $Q_{\max}$ 为：

$$Q_{\max} = a \left( \frac{bc}{b+1} \right)^{\frac{b}{b+1}} e^{-\frac{b}{b+1}}$$

(三) 模型的求解方法

为确定预测模型常数a、b、c以及可采储量 $N_R$ 的数值，(2-18)式可转化为：

$$\lg \frac{Q_o}{t^b} = \lg a - \frac{1}{2.303c} t^{b+1} \quad (2-31)$$

若设：

$$\alpha = \lg a \quad (2-32)$$

$$\beta = \frac{1}{2.303c} \quad (2-33)$$

则得：

$$\lg \frac{Q_o}{t^b} = \alpha - \beta t^{b+1} \quad (2-34)$$

由实际开发数据，对(2-34)式进行线性试差求解，由最大线性相关系数求解出b，再利用最小二乘法，求解得到 $\alpha$ 和 $\beta$ 。然后根据(2-32)式和(2-33)式改写下式，确定出模型常数a、常数c数值：

$$a = 10^\alpha \quad (2-35)$$

$$c = \frac{1}{2.303\beta} \quad (2-36)$$

解出预测模型参数a、b、c后，根据(2-20)式解出可采储量 $N_R$ 。

在求解过程中，要根据(2-18)式、(2-19)式和(2-28)式预测的理论产油量、累积产油量及含水率，对比实际产油量、累积产油量和含水率，最终确定模型常数a、b、c、 $N_R$ ，这样拟合效果才是最佳的，参数才是最准确可靠的。

### 三、结果

(一) 基础数据

表3-1 某油田开发数据

年份	时间 (a)	Q (10 <sup>4</sup> t/ a)	Q (10 <sup>4</sup> t/ a)	N <sub>p</sub> (10 <sup>4</sup> t)	W <sub>p</sub> (10 <sup>4</sup> t)	L <sub>p</sub> (10 <sup>4</sup> t)	F <sub>w</sub> (%)
1968	1	23.11	0.66	23.11	0.66	23.77	2.77
1969	2	33.96	1.17	57.06	1.83	58.89	3.34
1970	3	45.67	1.43	102.73	3.26	106.00	3.04
1971	4	64.72	1.63	167.46	4.89	172.35	2.45
1972	5	76.75	3.74	244.20	8.63	252.83	4.65
1973	6	86.85	6.37	331.05	15.00	346.06	6.84
1974	7	103.45	12.92	434.50	27.92	462.43	11.10
1975	8	116.49	21.20	551.00	49.13	600.13	15.40
1976	9	114.82	23.17	665.81	72.30	738.11	16.79
1977	10	138.18	34.97	803.99	107.26	911.26	20.19

(二) 乙型水驱曲线

将表3-1 累积产液量 (L<sub>p</sub>) 与其对应的累积产油量 (N<sub>p</sub>) 数据, 按 (2-21) 式的关系绘出, 得到一条直线, 即该油田的乙型水驱曲线。经过线性回归, 求出直线截距A=2.56; 斜率B=0.0005063; 相关系数r=0.9998。

(三) 威布尔曲线

将表3-1产油量 (Q<sub>o</sub>) 与其对应的时间 (t) 数据, 按 (2-34) 式的直线关系绘出, 得到一条直线, 即该油田的威布尔曲线。经过线性回归, 求出模型常数a=18.87; b=1.10; c=328.10; 线性相关系数r =0.9990。由 (2-20) 式求解出可采储量N<sub>r</sub>=2948.21万吨。

(四) 油田年产量、累积产油量、含水率、最高年产量及发生时间

将a、b、c的数值, 依次代入 (2-18) 和 (2-19) 式, 得到预测该油田的理论产油量及累积产油量的相关公式:

$$Q_o = 18.87 \times t^{1.10} \exp\left(-\frac{t^{1.10+1}}{328.10}\right) \quad (2-37)$$

$$N_p = \frac{18.87 \times 328.10}{1.10+1} \left[1 - \exp\left(-\frac{t^{1.10+1}}{328.10}\right)\right] \quad (2-38)$$

再将求解出的A、B和a、b、c数值代入到 (2-28) 式, 从而得到预测该油田含水率的公式:

$$f_w = 1 - 10^{-\left\{2.56 + 0.0005063 \left[ \frac{18.87 \times 328.10}{1.10+1} \left(1 - \exp\left(-\frac{t^{1.10}}{328.10}\right)\right) + \lg(2.303 \times 0.0005063) \right]\right\}} \quad (2-39)$$

将A、B和N<sub>r</sub>的数值代入 (2-27) 式, 得该油田极限含水率为:

$$f_w = 1 - 10^{-[2.56 + 0.0005063 \times 2948.21 + \lg(2.303 \times 0.0005063)]} = 0.924 \text{ (或92.4\%)}$$

因此, 该油田最高年产量发生时间t<sub>m</sub>为:

$$t_m = \left(\frac{bc}{b+1}\right)^{\frac{1}{b+1}} = \left(\frac{1.10 \times 328.10}{1.10+1}\right)^{\frac{1}{1.10+1}} = 11.60 \text{ 年}$$

最高年产量Q<sub>max</sub>为:

$$Q_{max} = a \left(\frac{bc}{b+1}\right)^{\frac{b}{b+1}} e^{-\frac{b}{b+1}} = 18.87 \left(\frac{1.10 \times 328.10}{1.10+1}\right)^{\frac{1.10}{1.10+1}} e^{-\frac{1.10}{1.10+1}} = 165.61 \text{ 万吨}$$

(五) 计算结果预测

对比预测的理论产油量、累积产油量及含水率和实际产油量、累积产油量及含水率, 结果如表3-2所示:

表3-2 结果预测

时间	Q <sub>o</sub> (万吨/年)		N <sub>p</sub> (万吨)		f <sub>w</sub> (%)	
	实际	预测	实际	预测	实际	预测
1968	23.11	18.81	23.11	8.97	2.78	0.00
1969	33.96	39.91	57.06	38.26	3.33	0.00
1970	45.67	61.26	102.73	88.87	3.04	0.00
1971	64.72	81.96	167.46	160.57	2.46	0.00
1972	76.75	101.31	244.20	252.34	4.65	0.00
1973	86.85	118.75	331.05	362.55	6.83	0.00
1974	103.45	133.81	434.50	489.05	11.10	0.00
1975	116.49	146.14	551.00	629.26	15.40	0.00
1976	114.82	155.51	665.81	780.34	16.79	5.60
1977	138.18	161.82	803.99	939.26	20.20	21.57
1978		165.06		1102.95		35.19
1979		165.34		1268.39		45.56
1980		162.89		1432.72		55.88
1981		157.98		1593.35		63.41

对比累计产油量与预测累计产油量曲线, 结果如图3-1所示:

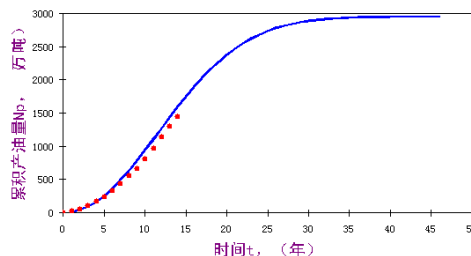


图3-1 累计产油量与预测累计产油量曲线对比

四、结束语

(1) 通过成功将威布尔预测模型和乙型水驱曲线的优点有效结合, 结合实际油田生产数据, 我们成功地开发了一种联解法, 用于准确预测水驱油田的含水率、产液量、产油量、可采储量以及它们随着开发时间的变化趋势。这种方法充分综合了两种模型的优点, 为油田开发提供了强大的工具。

(2) 基于实际油气田生产数据, 我们进行了线性回归分析, 得到乙型水驱曲线的截距A=2.56, 斜率B=0.0005063, 相关系数r=0.9998。同时, 根据相关公式, 我们确定了威布尔模型的常数a=18.87, b=1.10, c=328.10, 线性相关系数r=0.9990。我们计算出了极限含水率为92.4%, 以及最高年产量发生的时间为11.60年, 最高年产量为165.61万吨。

(3) 通过有效结合图表和图形, 我们的计算结果一目了然, 便于分析和实际应用。这种综合性的方法使得预测结果更加直观, 有助于决策制定和资源管理, 为油田开发提供了有力支持。

参考文献

[1] 陈元千. 预测油气田产量的Weibull模型[J]. 新疆石油地质, 1995, 16 (3): 250-255.  
 [2] 童宪章. 天然水驱和人工注水油藏的统计规律探讨[J]. 石油勘探与开发, 1978, 4 (6): 38-64.  
 [3] 陈元千. 一种新型水驱曲线关系式的推导及应用[J]. 石油学报, 1993, 14 (2): 65-73.