

# 中学数学空间观念教学中的问题分析及对策探讨

张婧婧

湖州师范学院 教师教育学院

**摘要:** 培养学生的空间观念和空间想象能力,以解决实际教学中存在的问题是义务教育阶段课程标准的重要目标之一。数学是研究数量关系和空间形式的科学,而空间观念是数学学习和教学中的重点。多项研究显示,空间能力是预测STEM领域成就和个体差异的重要因素。然而,目前的培养现状仍存在多方面的问题,需要进一步研究和改进教学策略。因此,本研究提出了适当的对策,以助培养学生的空间能力和空间想象能力。

**关键词:** 空间观念; 数学; 问题; 对策

【DOI】 10.12252/j.issn.2096-6288.2022.08.166

## 一、问题提出

数学是研究数量关系和空间形式的科学<sup>[1]</sup>。在义务教育阶段的过程中,空间观念一直是数学学习的主要内容之一,并且随着课程改革的推进,数学中的几何内容的知识比重也在不断增加,是学生学习的重难点之一。自2001年《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》<sup>[2]</sup>颁布以来,“空间观念”这一概念引起了国内学者的高度重视。无论是从课程标准的要求还是对于学生个体能力的培养上,空间观念作为空间想象能力和创新能力的基石,是数学学习和教学中的一大重点。通过多项研究发现,空间能力是学生未来在科学、技术、工程和数学(STEM)领域成就的有力预测因素<sup>[3]</sup>,也被认为是个体差异的重要影响因素之一<sup>[4]</sup>。

然而,空间能力是一种极为复杂的认知能力,尽管课程标准和教学大纲已对其提出了明确的要求,且受到学校和教师的高度重视,但目前的培养现状仍存在多方面的问题,需要进一步的深入研究和改进教学策略。数学学习的过程涉及多个领域的一般性认知能力,包括语言能力、空间能力等<sup>[5]</sup>。正是由于每个人认知能力的多样性的搭配组合方式,使学生在学习数学的过程中存在着差异性、不平衡性等特点。最直观的表现是一部分学生对于空间几何知识的理解程度高,能够在头脑中对图形进行重构,而另一部分学生则在学习空间几何时困难重重。这不仅仅会造成了学生成绩的分化,也会降低学生学习数学的自信心。为了培养学生的空间观念,本文以初中数学空间观念教学中存在的问题为引,基于空间能力的培养途径提出适当对策,以助培养学生的空间能力和空间想象能力。

## 二、数学空间观念的研究进展

空间观念是数学学科中的重要组成部分,在数学学习和应用中发挥着重要的作用。近年来,随着研究的深入,人们对于空间观念的定义、构成、发展、评价、培养策略等方面有了更深入的认识,这些认识为数学教育的改进提供了重要的理论基础和实践指导。

1988年的数学教学大纲中提到“培养运算能力、逻辑思维和空间观念”作为课程标准中的一项内容,简要的提出了培养学生空间观念的要求<sup>[6]</sup>。如今,《义务教育数学课程标准》(2011版)对空间观念的定义更加详细,例如根据物体特征抽象出几何图形,根据几何图形想象出实际物体;想象出物体之间的方位和相对位置关系;描述图形的运动和变化;根据语言描述画出图形等,涵盖了图形感知、想象、定位、变换和应用等方面<sup>[7]</sup>。因此,可以理解为学生的空间观念是一个复杂的能力体系,其发展涉及多方面的学习和实践。

在初中阶段,儿童的认知思维是从具体思维转向抽象思维,并逐渐成熟,因此这一时期是培养几何空间能力的关键阶段。数学教材中有关空间几何方面内容的知识是教师教和学生学的重点,然而,在实际的教学中往往存在着多方面的问题。例如,黄泉波其研究指出,从学生层面看,空间意识、图形理解、实际操作和空间观念的运用等方面能力较差;从教师层面看,几何空间培养力度、知识把握、教学方法和策略等都存在问题,导致学生的学习效果不佳<sup>[8]</sup>。史坚等人对182名九年级的中学生的空间观念进行测试,结果发现学业水平低下的学生的空间观念相比与学业水平优异的学生要更薄弱,尤其体现在数学成绩上<sup>[9]</sup>。由此得知,由于实际教学和学生接受程度等因素,学生的成绩层次不一,一部分的原因可能是空间观念的差异导致的。

空间观念不是单一的,而是多种空间能力的组合。王林全根据中小学数学的学习内容,提出空间观念的基本成分包括:图形的识别与理解、图形的分解与组合等能力<sup>[10]</sup>。丁尔升在《中学数学课程导论》中提出了空间观念的4种表现:(1)由实物想象出几何图形,由几何图形想象出实物;(2)分解复杂平面图形;(3)找出基本图形的中的基本元素及关系;(4)根据条件做或画出图形<sup>[11]</sup>。总而言之,空间观念涉及多种空间能力,是在空间知觉的基础之上所形成的关于物体形状、大小、方位、距离等的表象能力。而数学空间观念则更为

具体,包含着对于图形的感知至应用的多项空间能力。

### 三、中学数学空间观念教学存在的主要问题

#### (一) 学生主观经验的缺失

在传统的教学过程中,教师通常通过讲授的方式将书本上的空间知识传授给学生,包括图形、几何等知识。随着信息技术的发展,一部分老师会利用多媒体的手段让学生去感知几何世界,虽然在一定程度上让学生获得了直观体验,但缺失了空间图形和学生的认知互动,而初中生的空间想象能力又较为薄弱,导致其对几何图形的认识和理解不到位。尽管学生通过视觉的感受获得了这些几何信息,但是这种获得无疑是经验式的,不是学生通过自己的头脑加工获取的,而这些经验式的知识往往并不能在很大程度上提高学生的空间观念。而空间能力的提高往往需要学生积极主动的观察和操作,并在这个过程中加深对图形的认识和理解,加强学生自我的空间观念。实际学习中,学生的动手操作和参与知识建构的机会较少,尤其体现在不发达地区的学校中。种种因素造成了中学生的空间能力薄弱,空间意识和解决问题的能力较差。

#### (二) 教师考察工具的缺失

“无评估不教育”,对于以往的教学成果的验收通常是用考试、作业等形式来进行判断,但是用考试的手段来考察空间观念,并不能在最大程度上体现学生当前的空间能力水平。例如通过考试考察学生的品德,具有一定的局限性,空间能力亦是如此。面对难以估测的空间能力,教师也就存在着“盲人摸象”的现象,老师不知道学生当前的发展水平,又何以给予“支架”来促进学生空间能力的发展。

#### (三) 教学促进手段的缺失

随着课程改革的进展,空间观念在教学过程中扮演的角色越来越重要。但是在传统的几何课堂中却很难找到与“空间”有关的内容,《标准(2022年版)》提出“能够根据物体特征抽象出几何图形,根据几何图形想象出所描述的实际物体”这一内涵<sup>[12]</sup>在课堂中的展现更是少之又少。在空间观念的教学中,大多都是以计算、演绎证明的方式,这样的课程既无法充分调动学生学习的积极性,又不能在最大程度上发展学生的空间观念,空间观念的教学变成单调、枯燥、形式化的证明题<sup>[13]</sup>。

因此,教师需要再在了解学生当前的空间能力水平的基础上,设置一些有挑战性但又不过分超前的空间任务,让学生在当前水平的基础上得到练习和提高。目前,已有的课堂教学中,中学数学课本上《三视图》的内容就涉及心理旋转这项空间能力,要求学生通过观察一个三维物体,画出物体的正视图、俯视图和左视图,这其中需要学生将自己的视角或者三维物体进行旋转,

并画出相应视图。这种方法能够在一定程度上发展学生的空间能力。但是,空间能力是多样的,这就需要教师双管齐下,设置多样的空间任务,便于学生进行选择,多维度发展学生的空间能力。所以如何培养每个学生的空间观念并不断给予“养料”来进行维持和提高,是每一位数学老师在备课过程中应该思考的问题。

### 四、中学数学空间观念教学解决对策

#### (一) 合理使用空间和方向性语言

空间和方向性语言有助于培养学生的空间技能和学生的位置感。学生的空间知识很大程度上来自现实<sup>[12]</sup>,然而多媒体时代的来临使人们依赖于导航,导致很多学生不懂得分辨东南西北一些基本的方位。首先,可以在学校的一些关键性的位置(如拐角)设置一些方向指示语,例如东、南、西、北的基本方向,并提示学生在日常生活中留意自己的方向,进一步让学生明确位置的方向性。其次,可以在教室、走廊等地方张贴基本指示,鼓励学生使用这些方向性语言。最后,教师需要教授学生如何借助地图、马路上的指示语、沿途的建筑物到达目的地,尤其对于低龄学生而言,记住家所在的方向和位置是尤为重要的。无可否认,导航在很大程度上为人们的生活带来了便利,但是过度依赖导航容易降低判断力,为生活带来了“隐患”。所以在学校里,学生需要尽早就开始了解空间和方向性的语言,为未来的生活做好准备。

#### (二) 合理设置有挑战性的空间任务

在空间观念的教学过程中,最重要的是促进手段的选择。除了教学这一种方式,还可以通过纸笔练习的方式,让学生在解决问题的过程中发展空间观念。这里的练习不是单纯的逻辑推理的证明题,而是通过学生在头脑中对空间任务进行加工获得的。教师可以在课堂教学中或者课后设置一些空间任务布置给学生,通过一些有趣生动的空间任务可以进一步提高学生的空间能力。

教师需要再在了解学生当前的空间能力水平的基础上,设置一些有挑战性但又不过分超前的空间任务,让学生在当前水平的基础上得到练习和提高(见表1)。此外,目前,已有的课堂教学中,中学数学课本上《三视图》的内容就涉及心理旋转这项空间能力,要求学生通过观察一个三维物体,画出物体的正视图、俯视图和左视图,这其中需要学生将自己的视角或者三维物体进行旋转,并画出相应视图。这种方法能够在一定程度上发展学生的空间能力。但是,空间能力是多样的,这就需要教师双管齐下,设置多样的空间任务,便于学生进行选择,多维度发展学生的空间能力。所以如何培养每个学生的空间观念并不断给予“养料”来进行维持和提高,是每一位数学老师在备课过程中应该思考的问题。

表1

	任务一	任务二	任务三
任务内容	这项任务考察学生的心理转换能力，学生需要在心理上组合或结构平面内或跨平面的形状。	在这项任务中，学生必须进行心理旋转，以确定两个不同位置和方向的三维物体是否相同。这项任务基于Shepard和Metzler（1971）开发的心理旋转测试。	这项任务主要考察学生的空间逻辑推理能力。学生需通过观察得出图形之间的逻辑关系。
示例图			
要求	要求学生在右侧四个图中找到可以匹配左侧被切割后的图形。	要求学生判断两个三维图形是相同的还是镜像的。	要求学生从以下选项中选出一个最适合问号位置的图形。

（三）合理使用直观法教学

直观法是帮助学生建立抽象能力的助推者，正确的在课堂上使用直观法可以增强学生的直观感受，可以借助现代技术，例如虚拟现实（VR），创建更真实的学习环境，帮助学生从具体现象中产生抽象概念，加强学生对于空间图形的立体感悟。但是直观法的滥用、误用等，则会减少学生对空间问题的思考，形成以直观代替思维，学生的思维水平停留在感性认识上。如何搭建合适的“梯子”，既不会降低学生的独立思考程度，也可以引导学生对问题进行探究是一门大学问。例如，新授课程时，由于学生的头脑里缺少已有的知识基础，可以适当的使用直观法，帮助学生从抽象的空间物体进行感知。当学生的头脑里有了一定的图式后，可以根据学生的认知水平，设置一些分层递增不同难度等级的空间任务，帮助学生发展空间能力。

结语

空间观念是影响学生数学素养的因素之一，是培养学生创造力的途径之一。虽然学生的空间能力的先天水平各有差异，但这也恰恰体现了教育的作用，教育可以帮助学生在已有的能力水平上得到进一步发展。

然而，空间观念如何从理念转化为现实，使其成为培养学生的一条途径，还需要进行深入的研究，在实际教学过程中教师需要不断摸索空间观念教学的现实路径。因此，本文提出一些适合中学生可以操作的具体任务，旨在培养学生的空间观念，进一步发展学生的空间能力。教师可以在此基础上进行参考和改进，以便适应不同年级学生的需要。可以通过开展课堂活动、自主探究或者微活动等方式来锻炼学生的空间能力，鼓励学生交流探讨彼此对于具体空间任务的解决方式，让学生在合作、思考的过程中进一步了解空间任务的解决策略，提高空间能力水平。

参考文献

[1] 李准春. 马克思主义哲学全书[M]. 中国人民大学出版社, 1996.

[2] 中华人民共和国教育部制订. 全日制义务教育数学课程标准: 实验稿[M]. 北京师范大学出版社, 2001.

[3] Shriki A, Patkin D. Developing Spatial Skills through Mental Rotation Activities[J]. Mathematics Teacher: Learning and Teaching PK-12, 2021, 114 (7): 536-544.

[4] Lubinski D. Spatial ability and STEM: A sleeping giant for talent identification and development[J]. Personality and Individual Differences, 2010, 49 (4): 344-351.

[5] 曾婷. 4-6岁儿童词汇、空间能力、执行功能与数学能力的关系研究[D]. 湖南师范大学, 2020.

[6] 本刊编辑部. 《九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲》简介[J]. 数学教学通讯: 教师阅读, 1993 (1): 3.

[7] 中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准(2011年版)[M]. 北京师范大学出版社, 2011.

[8] 黄泉波. 初中生空间观念的现状调查及培养策略研究[D]. 南京师范大学, 2017.

[9] 史坚, 顾继玲. 九年级学生“空间观念”现状的调查研究[J]. 数学教育学报, 2013, 22 (04): 71-74.

[10] 王林全. 空间观念的基本构成与培养——兼谈美国如何发展学生的空间观念[J]. 数学通报, 2007 (10): 24-27.

[11] 丁尔陞. 中学数学课程导论[M]. 上海教育出版社, 1994.

[12] 教育部. 义务教育数学课程标准[M]. 北京师范大学出版社, 2022.

[13] 孙晓天, 孔凡哲, 刘晓玫. 空间观念的内容及意义与培养[J]. 数学教育学报, 2002 (02): 50-53.

作者简介: 张婧婧(1999-), 女, 汉族, 安徽池州人, 湖州师范学院教师教育学院, 硕士研究生, 主要研究方向: 空间能力, 心理旋转。单位所在省市: 浙江省湖州市。