

数学游戏融入高中数学教学的应用研究

李天琪

内蒙古师范大学 数学科学学院

摘要:著名数学家陈省身提出“数学好玩”的理念,随着我国新课改不断深化,在数学教科书中出现多样的数学游戏。本文对数学游戏的功能、重要性进行详尽分析,并对高中数学教学设计数学游戏时所遵循的原则进行总结;且以等比数列前 n 项和为例,展示将数学游戏融入课堂教学的设计思路,以期为高中数学教师发展提供指导与借鉴。

关键词: 数学游戏; 高中数学; 数学教学

【DOI】 10.12252/j.issn.2096-6288.2023.04.010

一、数学游戏的界定

在《简明不列颠百科全书》中将数学游戏表示为“mathematical recreations”,定义为“一种运用数学知识的大众化的娱乐活动”。狭义地说,数学游戏包括运用到数学知识,或是用数学知识解决的智力问题,这其中包括一些逻辑悖论游戏、棋类游戏和计算机游戏等。广义地说数学本身就可以看作是一种游戏,只不过这种游戏要涉及科学、哲学、艺术等更广泛的人类文化范围。本文所研究的数学游戏是运用到数学知识以及蕴涵着一些数学原理的娱乐活动,包括一些古算诗题、逻辑悖论、概率游戏、古今中外一些趣味问题等。

二、数学游戏功能分析

(一) 数学游戏有助于传承优秀传统文化

在我国古代众多经典数学著作中都出现了数学游戏内容。在《九章算术》中有圆田求积、客去忘衣等问题。同时我国古时也有很多益智玩具,如七巧板、九连环等,这些玩具的玩法和规则背后蕴含了很多数学原理。在数学教学中,采用数学游戏进行辅助教学,有助于学生了解我国优秀传统数学文化,了解数学历史,开拓学生视野,知晓古人的智慧,增加学生的民族自豪感,进而将优秀数学文化进行传承。

(二) 数学游戏有助于激发学生的学习兴趣

卡约黎(F.Cajori)曾在《数学史》中提到,在历史的解说中,教师可以让学生明白:数学并不是一门枯燥呆板的学科,而是不断进步的生动有趣的学科。数学游戏最大的特点就是趣味性,它可以将严谨、抽象的数学内容用简单、幽默的语言展示给同学。在教学中采用数学游戏进行辅助教学,枯燥的数学理论以游戏的形式出现,学生会有焕然一新的感觉,并且将抽象的理论知识变成有趣的“游戏”让学生“把玩”,有助于培养学生对数学的兴趣。

(三) 数学游戏有助于培养学生逻辑思维,提高创造能力

数学游戏虽然可以将抽象的理论知识变得具体、形象,但学生在解决问题的过程中仍然需要大量的创造性思维,可能在解决某个问题时要打破常规,换一种想

法、换一种思路,问题才能得到解决。1919年,科学家罗素提出理发师悖论,违反了康拓尔集合论的观点。正如罗素悖论的提出,如果学者都是惯性思维,没有思考没有创新,也不会推动数学的发展。学生在进行数学游戏的同时会不断动脑思考,解决数学游戏中蕴涵的数学知识也离不开创造力。所以数学游戏对于启发学生的创造性思维有着重要作用。

(四) 数学游戏有助于数学知识的传播

数学这门学科以抽象性与严谨性著称,致使很多人望而生畏。数学游戏、数学趣题、数学诗歌,将严谨、抽象的数学知识变得更有趣味性,让读者更好地理解,并且以有趣、幽默的方式展现出来,可以引起读者的关注,进而解答相应的数学问题,将所涉及的数学知识更好地传播。

三、数学游戏融入高中数学教学的重要性

我国新课改不断深化,新教科书呈现出科学性,教学理念性变化,在高中数学教学中出现游戏教学,教师可以充分利用这些资源,培养学生逻辑思维,提高创造能力,提高学生数学核心素养。并且采用数学游戏进行教学,可以利用游戏本身的趣味性,把过于抽象、困难的问题变得趣味化,使教学内容变得通俗易懂,增强学习数学的自信,有利于增强学生的自我效能感,更好地学习高中数学知识。可见数学游戏融入高中数学教学的重要性。

四、数学游戏融入数学课堂教学的设计原则

(一) 数学游戏的设计要具有针对性

选用数学游戏时,不仅要考虑学生的年龄特点和可接受能力,还要注意数学游戏背后蕴含的数学原理与学生所学知识的契合性。教师选取的游戏不仅要满足学生的喜好,更重要的是数学游戏与所学知识的适配度。数学游戏是一种教学手段,是为了更好的服务教学,帮助教师提高课堂效率,一定要明确数学游戏的引入是为了达成怎样的教学目的。

(二) 数学游戏的设计要具有直观性

高中数学知识与初中小学相比更加抽象,而选取直观形象的数学游戏辅助教学,可以帮助学生从具体思维过渡到抽象思维。所以在选取数学游戏时,要注意数学

游戏的直观性,能做到将抽象的知识具体化,不可过于繁琐复杂,以防学生不理解数学游戏,进而更不会注意到数学游戏背后所蕴含的数学知识。

(三) 数学游戏的设计要具有趣味性

选取数学游戏辅助教学看重的就是数学游戏的趣味性、娱乐性。学生只有对数学产生兴趣,才能更好的学习数学。而数学游戏可以激发学生的学习兴趣,提高学生的课堂参与程度,让学生从被动的学习转变为主动探索。这对培养学生对数学产生兴趣有至关重要的作用。所以在选取数学游戏时一定要注意游戏的趣味性,切不可太过抽象枯燥。

(四) 数学游戏的设计要注意全员参与性

在数学游戏的设计中要注意全员的参与性,做到让全体同学都参与到课堂的游戏中,获得游戏体验感,这样学生才能更好的去感知、理解知识,如果只有一小部分同学参加,其他的同学来当观众,这样会导致学生失去积极性。

五、数学游戏融入高中数学教学的设计

等比数列的前 n 项和教学设计(第一课时)

(一) 教学内容分析

本节课选自人教B版高中数学选择性必修第三册的第五章5.3.2等比数列的前 n 项和的第一课时。在此之前学生学习了等差数列相关知识以及等比数列的通项公式问题,这为本节课的学习等比数列前 n 项和内容打下基础。

(二) 学情分析

学生之前刚接触了等差数列的通项公式、前 n 项和公式以及等比数列的通项公式问题,这都为本节课学习等比数列的前 n 项和内容奠定了知识基础,然而对于等比数列前 n 项和 $q=1$ 的这种特殊情况,学生往往容易忽视,所以学生学习这节的内容有一定的困难。

(三) 教学目标

1. 理解等比数列前 n 项和公式的推导方法,培养学生逻辑推理能力。

2. 掌握等比数列前 n 项和公式,并能运用前 n 项和公式解决一些简单问题。

(四) 教学重点、难点

1. 教学重点:等比数列前 n 项和公式,运用前 n 项和公式解决一些简单问题。

2. 教学难点:等比数列前 n 项和推导。

(五) 教学方法

1. 问答法:本节部分环节是通过问答法进行,教师提前设计好本节课的问题链,这些问题环环相扣,层层递进。

2. 讲授法:本节课在等比数列的前 n 项和公式部分采用讲授法进行教学。

3. 发现式教学法:辅以古今趣题进行引导、巩固,可以激发学生对知识的兴趣,帮助学生更好的理解、掌握等比数列前 n 项和的知识。

(六) 教学过程设计

1. 创设情景,引入课题

国际象棋起源于古代印度,相传国王要奖赏国际象棋的发明者,问他想要什么。发明者说:“请在棋盘的第1个格子里放上1粒麦粒,第2个格子里放上2颗麦粒,第3个格子里放4个麦粒,以此类推,每个格子里放的麦粒都是前一个格子里放麦粒的2倍,直到第64个格子。请给我足够的麦粒以实现上述要求。”国王觉得这个要求不高,就欣然同意了。

问题1 同学们,可以在自己画的国际象棋的棋盘上,试着放一下麦粒,体会一下麦粒的增长程度。然后小组讨论,我们假定千粒麦子的重量为40g,据查,目前世界年度小麦产量约6亿吨,根据以上数据,判断国王是否能实现他的诺言?

设计意图:建构主义理论认为教师在教学过程中要注重对情景的建构,让学生在创设的情境中去主动建构知识。本节课以国王堆麦小游戏进行新课的引入,学生在判断国王是否能实现他的诺言问题时,已经渗透了等比数列前 n 项和的推导思想,这为后面推导前 n 项和公式打下基础,同时以数学游戏的形式进行引入,可以提高学生的学习兴趣,帮助学生更好的参与到课堂中来。

2. 引导探求,形成知识

问题2 同学们,根据刚才所求麦粒的前64项和的问题,你们谁能试着推导一下等比数列的前 n 项和公式呢?

一般地,设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q ,前 n 项和为 S_n ,则

$$\begin{aligned} S_n &= a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n \\ &= a_1 + a_1q + a_1q^2 + \dots + a_1q^{n-1} \quad \text{③} \end{aligned}$$

当 $q=1$,由③可以看出, $S_n = na_1$,

当 $q \neq 1$,在③两边同时乘以 q 可得

$$qS_n = a_1q + a_1q^2 + a_1q^3 + \dots + a_1q^n \quad \text{④}$$

$$\text{③}-\text{④} \text{ 可得 } (1-q)S_n = a_1 - a_1q^n,$$

$$\text{此时有: } S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$$

综上可得等比数列前 n 项和公式为

$$S_n = \begin{cases} na_1, & q=1 \\ \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}, & q \neq 1 \end{cases}$$

3. 变式训练 巩固知识

问题3 请同学们思考并解答下面问题,2分钟后老师请同学们回答

例1 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q = \frac{1}{2}$, $a_8 = 1$,求这个数列前8项和 S_8 。

例2 诸葛统兵问题

诸葛统领八员将,每将又分八个营。每营里面排八阵,每阵先锋有八人。每人齐头俱八个,每个旗头八队成。

每队更该八个甲，每个甲头八个兵^[1]。

问题4 大家看下面这首小诗，哪位同学可以翻译一下？

问题5 通过翻译后，大家得到了怎样的信息。根据得到的信息能否计算出诸葛带领的兵有多少人？

设计意图：相应的变式训练是巩固知识的最好方法，例1是常规的等比数列前 n 项和问题，帮助学生加深对公式的记忆与应用。例2是古代诸葛的统兵问题，带领学生体会古代数学家的智慧。

4. 课堂小结 夯实基础

问题6 同学们，我们这节课都学习了哪些内容？有哪位同学能试着总结一下？

(1) 等比数列前 n 项和公式。

设计意图：课堂小结部分主要以教师学生互动的形式进行，教师提问，再由学生自己回忆本节课学习的知识内容，可以加深学生对知识的记忆，并且可以调动学生的积极性。学生回答之后，再由教师补充，保证知识的完整性。

5. 课后作业 自主探究

必做题：

(1) 我国古代数学名著《算法统宗》中有如下问题：远望巍巍塔七层，红光点点倍加增，共灯三百八十一，请问箭头几盏灯？意思是，一座7层塔共挂了381盏灯，且相邻两层中的下一层灯数是上一层灯数的2倍，求塔顶层灯的数目。你能求出来吗？

(2) 已知等比数列的首项为-1，前 n 项和为 S_n ，

如果 $\frac{S_{10}}{S_5} = \frac{31}{32}$ ，求 S_8 。

选做题：

九连环的结构如图：我们可以按照下面的方法进行，为了解下第 i 个圆环，必须先解下前 $(i-2)$ 个圆环，这是因为：如果前 $(i-1)$ 个圆环已经被解下，第 i 个环就无法再解下；如果前 $(i-1)$ 个圆环已经被解下，第 $(i+1)$ 个圆环就可以很容易解下。相反地，要套上第 i 个圆环，必须先套上前 $(i-2)$ 个圆环。套上一个圆环与解下一个圆环过程正相反，所需要的次数相同。如果按照这个规则解开九连环，最少需要移动多少次圆环呢？

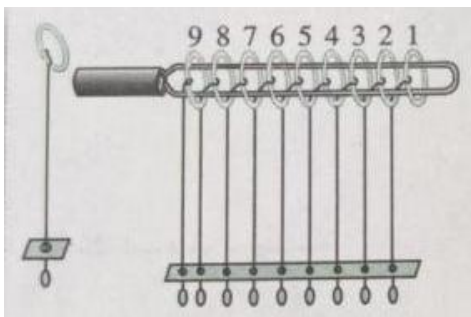


图1 九连环

设计意图：课后作业是课堂教学重要的组成部分，可以做到巩固新知识、培养思维品质、发展智力的作用。除此之外，分层作业照顾到不同层次的学生。在《算法统宗》中的灯塔问题，以及选做题中的九连环问题，可以开拓学生的视野，了解古代数学家的智慧，有助于学生建立数学与生活的联系。

结语

随着新课改的深入，为了更好的培养学生的数学核心素养，教学方法就需要不断精进，这就要求教师要与与时俱进，更新教学理念，尝试新的教学方法。而采用数学游戏进行辅助教学，可以利用游戏的直观性、趣味性，将抽象、繁难的数学知识变得直观化、简单化，进而帮助学生更好的学习数学内容。并且在游戏的过程中，需要学生不断思考、不断想象，这对培养学生的创造性思维都有着至关重要的作用。但教师在设计数学游戏时要注意游戏设计要具有针对性、直观性、趣味性；要注意选取的数学游戏素材要新颖，要与课程内容紧密相连，注意和学生层次匹配，游戏选择不能太难，也不能太过简单，要适应大多数学生；要注意全员的参与性，争取让所有学生都能参加到课堂中来。从而才能更好的运用数学游戏，来提高学生学习的效率。

参考文献

[1] 简明不列颠百科全书编辑部编译. 简明不列颠百科全书[M]. 北京：中国大百科全书出版社，1986.
 [2] 王青建. 数学史简编[M]. 北京：科学出版社，2004.
 [3] 张景中，吴鹤龄. 七巧板、九连环和华容道[M]. 北京：科学出版社，2015.
 [4] 张景中，郁祖全，黄澍. 中国古算解题[M]. 北京：科学出版社，2015.
 [5] 张景中，徐品方. 古算诗词题今解[M]. 北京：科学出版社，2015.
 [6] 马丁·加德纳. 啊哈！灵机一动[M]. 北京：科学出版社，2007.
 [7] 马丁·加德纳. 啊哈！原来如此[M]. 北京：科学出版社，2008.
 [8] 李春兰，于金霞. 《数学游戏大观》：民国时期数学科普界的拓荒之作[J]. 数学教育学报，2020，29(03)：63-67.

作者简介：李天琪（1998—），女，蒙古族，辽宁朝阳人，内蒙古师范大学数学科学学院硕士研究生，研究方向：数学教育。

基金项目：内蒙古师范大学基本科研业务费专项资金资助（2022JBXC013）；内蒙古师范大学研究生科研创新基金资助项目“数学游戏融入中学数学的教学研究”（CXJJS22096）。