

# 人造地球卫星轨道仿真MATLAB算法比较

曹广超 何茂涛

定陶区第一中学

**摘要:** 本文建立了地球人造卫星在有心力场中的动力学方程, 在MATLAB运行环境下, 分别采用方程的数值解和解析解对不同发射速度的地球人造卫星飞行轨道进行仿真, 都得到了满意的结果, 体现了MATLAB在高中课程资源开发和教学上的实用价值。更为珍贵的是, 整个仿真过程体现了数学、物理和信息技术相结合方法的有效性和必然性, 符合新课标提出的培养学生核心素养的教育理念, 对教师教研和学生的学习有一定的启示作用。

**关键词:** 数理融合; MATLAB; 高中数学; 高中物理; 人造地球卫星

**【DOI】** 10.12252/j.issn.2096-6288.2023.05.097

## 一、引言

在高中课程中, 有不少物理现象具有难度高、时间长、危险大等特点, 通过一般实验很难再现其过程。数学上也有很多较为抽象的数学公式或方程, 学生不好理解。计算机仿真技术可使知识形象生动、让实验的可设计性增强的特点, 计算机仿真技术的使用是数理实验教学发生了前所未有的改变。另外, 在高中教学中使用仿真技术能极大的提高学生的学习兴趣。

本文在MATLAB数学计算软件运行环境下, 对不同发射速度的人造地球卫星运行轨道进行了仿真, 对比了在轨道计算时采用数值解和解析解的不同计算方法。

## 二、人造地球卫星运动建模

### (一) 人造卫星在有心力场中的动力学方程

设地球的质量是M, 人造卫星的质量为m, 以力心为坐标原点, 建立平面极坐标系, 由牛顿第二定律可知, 卫星运动的微分方程为

$$\begin{cases} m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) = F_r = F(r) \\ m(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}) = F_\theta = 0 \end{cases} \quad (1)$$

### (二) 利用解析解进行卫星轨道仿真

$$\text{令 } e = \frac{r_a - r_b}{r_a + r_b}, \quad p = r_b(1+e), \quad \text{常数 } k = \sqrt{GM}, \quad \text{其中 } M$$

为地球质量, G为万有引力常数,  $r_a$ 、 $r_b$  分别为远地点和近地点的距离。由方程(1)可得

$$\dot{\theta} = \frac{k}{p^{\frac{3}{2}}}(1+e\cos\theta)^2 \quad (2)$$

$$r = \frac{p}{1+e\cos\theta} \quad (3)$$

根据以上结果, 在MATLAB环境下建模, 令卫星的发射速度分别为7.9km/s、8.9km/s、10km/s, 卫星轨道仿真程序如下, 仿真结果如图(1)。

```
load topo;
G=6.67*10^(-11);
M=6*10^24;
m=1;
X=[];
Y=[];
vx=[7.9; 9];
vy=0;
y=6600;
x=0;
th=linspace(0, 4*pi, 1000);
for i=1:2
pth=m*y*vxi(i);
p=10^9*pth^2/(abs(G*M*m)*m);
E=10^9*(m*vxi(i)^2)/2-G*M*m/y;
e=sqrt(1+(2*E*pth^2)/(10^(-9)*G^2*M^2*m^3));
r=p./(1+e.*cos(th));
```

```

x1=r.*sin(th);
y1=r.*cos(th);
X=[X, x1];
Y=[Y, y1];
end
[xx, yy, zz]=sphere(100);
xx=xx*6400;
yy=yy*6400;
zz=zz*6400;
mesh(xx, yy, zz);
surf(xx, yy, zz, 'FaceColor', 'texturemap', 'CData', topo);
colormap(topomap1);
brighten(0.6);
camlight;
lighting gouraud;
hold on
plot(X, Y, 'b-', 'LineWidth', 1.5)

```

### (三) 利用数值解进行卫星轨道仿真

Matlab提供了求常微分方程数值解的函数，当微分方程的解析解不易求时，可求其数值解。Ode45求解器采用Runge-Kutta算法，是解决数值解问题的首选方法。

仍然令卫星的发射速度分别为7.9km/s、8.9km/s、10km/s，卫星轨道仿真程序如下，仿真结果如图(2)。

```

load topo;
R=[];
TH=[];
v=[7.9; 8.9; 10];
tm=9000;
[x1, y1, z1]=sphere(100);
x1=x1*6400;

```

```

y1=y1*6400;
z1=z1*6400;
mesh(x1, y1, z1);
surf(x1, y1, z1, 'FaceColor', 'texturemap', 'CData', topo);
colormap(topomap1);
brighten(0.5);
camlight;
lighting gouraud;
for i=1:3
x0=[6600; 0; 0; v(i)/6400];
[t, y]=ode45(@YunDongFangCheng, [0:tm/10000:tm], x0);
R=[R, y(:, 1)];
TH=[TH, y(:, 2)];
end
X=R.*cos(TH);
Y=R.*sin(TH);
hold on;
plot(X, Y, 'b-', 'LineWidth', 1.5)
这里的自定义函数‘YunDongFangCheng’文件为
function f=YunDongFangCheng(~, x)
K=401408; K为重力系数
f=[x(3);
x(4);
-K/(x(1)*x(1))+x(1)*x(4)*x(4);
-2*x(3)*x(4)/x(1)]

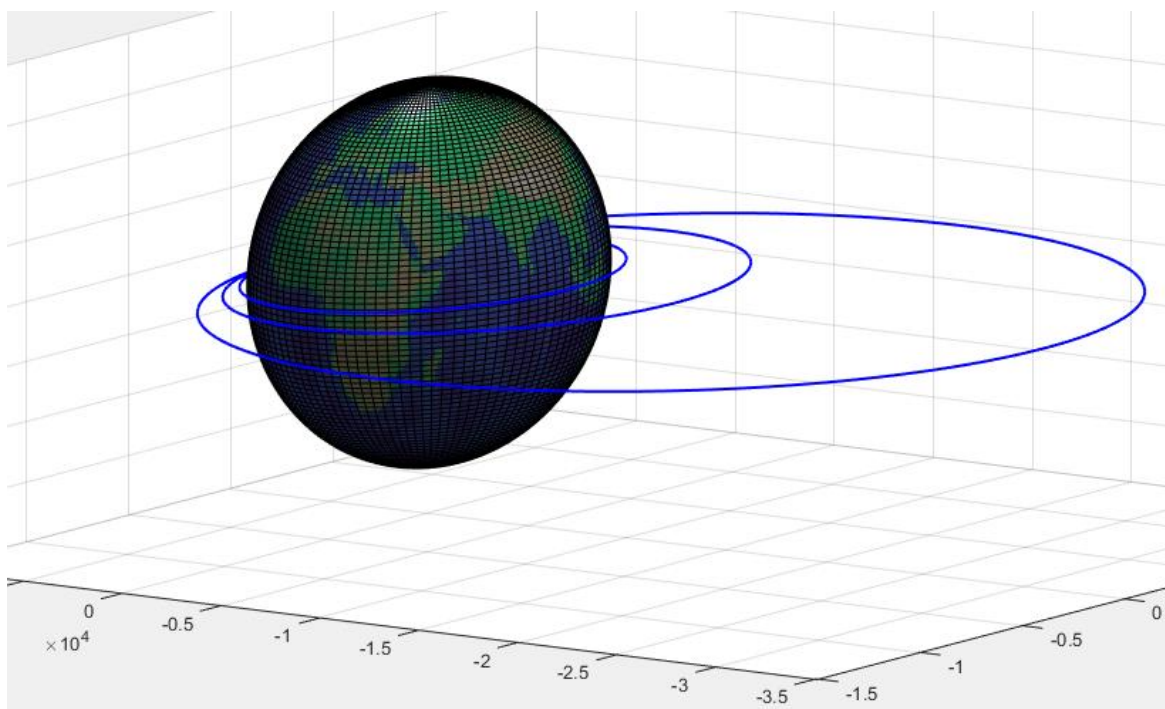
```

### 三、仿真结果总结

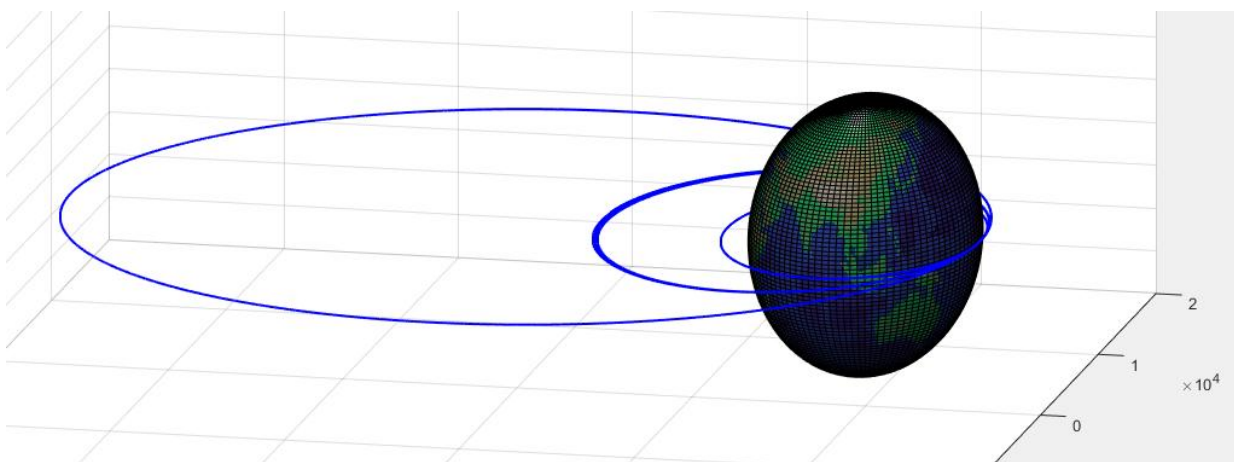
不论是采用解析解还是数值解进行人造卫星轨道仿真，都得到了令人满意的结果。在求解圈数不是一次时，数值解的误差会在远地点区域显现出来，但这显然不能抹杀它具有的广泛适用性的优点，毕竟在实际的工程技术中，有精确解析解的微分方程很少。

将MATLAB做为高中数学、物理课程的教研工具，体现了数理教学手段的现代化，符合高中教学改革的方向，是数理教学和信息技

术融合的鲜明案例，有利于学科核心素养教学目标的达成。



图(1)



图(2)

#### 参考文献

[1] 彭前程, 秦建云. 普通高中教科书 物理 必修第二册[M]. 人民教育出版社, 2019.

[2] 何茂涛. 应用MATLAB程序促进高中物理可视化教学. [J]. 新教育时代, 2021(03).

[3] 何茂涛. MATLAB在高中物理课程资源开发中的应用. [J]. 新教育时代, 2021(08).

[4] 艾冬梅, 李艳晴, 张丽静, 刘琳. MATLAB与数学

实验[M]. 机械工业出版社, 2019.

[5] 张林, 金珠, 眭蓓蓓. 基于matlab-simulink的嫦娥一号探月轨道运动的动态仿真. [J]. 物理与工程, 2012(03).

请注明: 菏泽市2022年度教育教学研究课题《高中物理与MATLAB程序设计融合教学研究》(课题批准号: 2022353)研究成果。