

高中数学教学中立体几何解题技巧的分析与探讨

齐进涛

新源县第二中学

摘要: 立体几何始终都是高中数学教学工作中的重难点内容, 针对此知识点所出具的题目, 具有灵活多变且解法复杂的特点, 经常使得学生在学习中困扰不已。其中主要原因在于, 学生在之前接触的几何问题, 大都是在同一平面之内, 而立体几何的主要内容则是研究点、线、面之间的空间关系, 教师应根据相关重要知识点, 安排学生进行专项练习, 以提升其立体几何解题技巧。本文对高中数学中立体几何的解题技巧和方法进行了阐述, 以供专业人士参考。

关键词: 高中数学教学; 立体几何; 解题技巧; 教师

【DOI】10.12252/j.issn.2096-6288.2023.06.175

引言

相比于初中阶段的平面几何来说, 立体几何的难度显著增加, 题型更加复杂且涉及多种图形变化, 如果学生没有较强的空间想象能力, 则很容易便会陷入解题困境之中。对此, 教师需要在日常教学之中, 注重对学生立体几何解题技巧的专项练习, 尽可能让学生熟悉所有题型, 掌握更多的解题方法, 以便于在学习中能够做到举一反三, 获得充足的自信心。

一、培养学生空间想象能力

通常来讲, 学生从平面几何向立体几何知识过渡时, 需要较强的空间想象能力。所以, 在教学之中, 教师应着重培养学生的空间想象能力, 以便于帮助学生对相关知识的理解。

一方面, 教师可以利用教具或是身边常见的物品, 制作立体模型, 让学生在课堂上直观地观察几何图形中点、线、面的空间位置关系, 也更加容易理清解题思路。教师应该在教学初期, 鼓励学生效仿制作模型的解题方法, 此种做法虽然会大幅度降低学生的解题速度, 但是在初始阶段, 能够帮助学生迅速提升空间想象能力, 夯实其立体几何的基础, 对于后续学习难度更高的相关知识点, 也有着事半功倍的效果。

另一方面, 在日常教学活动中, 教师可以在课堂上, 更为细致地为学生分析教材中较为典型的立体几何图形, 使其掌握不同类型图案的显著特点, 达到“教一题, 会一类”的效果。针对不同类型的几何图形, 要常备立体模型, 方便学生日常观察, 并不断在脑海中重复练习解题技巧^[1]。在学习立体几何时, 学生应以了解实际情况为基础, 所以立体模型的制作至关重要, 学生能够通过模型的观察, 加深对其空间结构的了解, 从而拓宽解题思路。

在以往的教学模式中, 教师受传统思维影响, 更加关注解题的准确率和速度, 忽略了对学生空间想象能力的培养。对于知识点也是更多地选择以口述、板书的形

式讲授给学生, 严格要求学生记忆计算公式, 而其中的本质规律和底层逻辑却并没有讲透彻、讲清楚, 使得一些学生虽然会做一些简单的题目, 一旦遇到难度较高的题型, 便束手无策, 更有甚者对于记忆中的公式根本不会正确运用。这对于学生的个人发展和核心素质培养来说, 无异于本末倒置, 反而会使学生失去了继续学习的兴趣。

对此, 在教学实践中, 教师可以从简单的立体模型开始做起, 如长方体、正方体、圆锥、三棱锥等等, 通过学生亲手制作模型的过程, 能够让学生更加直接地观察到, 几何图形内部所包含的空间结构与关系。同时, 教师还可以教授学生立体图形的绘图技巧, 以方便学生思考解题思路。而且, 在高中立体几何的问题中, 很多的已知条件, 便隐藏在图形之中, 利用模型或是绘图的方法, 学生能够尽可能地从题干中挖掘出更多线索, 更加方便其解题。比如在正方体中, 相对的平面都处于空间平行关系, 而相对平面中的任意两条线, 都属于空间平行关系。学生借助于对几何模型的观察, 不断总结诸如此类的特点, 能够有效地帮助其提高解题效率。

二、训练学生综合分析能力

基础的立体几何知识, 绝大多数在实际生活中都能够找到原型, 学生在进行解题时, 也需要充分联系实际, 对三维空间的位置变化规律充分了解, 才能使得解题事半功倍。在教学活动中, 教师应该对此进行科学引导, 帮助学生将负责的几何知识, 与现实生活中常见的现象或是物品联系起来, 帮助学生打开思路。

在面对空间关系复杂, 且生活中并不常见的立体图形时, 教师应引导学生通过类比、空间建模等方法, 进行猜想和假设。在学生提出猜想时, 不应该轻易地对其正确与否进行评判, 而是要引导学生理解命题的本质内容, 并利用已学知识进行论证。如此一来, 便能够将复杂的问题简单化, 从而获得正确的解题方法, 而且在论证猜想的过程中, 学生还能不断地回忆、复习以往所

学,能帮助学生更好地巩固旧知识、掌握新知识。

除此之外,在引导学生对猜想进行论证的过程中,教师还要有意识地锻炼其综合分析能力,使其能够将问题中所包含的平面、直线、角、点之间的关系进行综合运用,以帮助其更方便地解题。在课堂教学中,教师对于例题的讲解,便要尽可能地从现实生活中寻找模型,以帮助学生更好地理解解题思路。还要注意新老知识的衔接性,在立体几何的教学中,适当运用平面几何的相关概念,用来辅助学生更快且清楚地掌握新知识。教师还可以选取较为典型的立体图形,让学生自行展开分析,在此过程中需要学生展开多方面的联想,更加能够锻炼其空间想象力,而分析是对以往知识的综合运用,便是学生综合分析能力的体现,教师可以从学生的分析思路,判断其薄弱之处,从而展开有针对性的强化训练。

以往的教学模式,教师更愿意使用“题海战术”,错误地认为只要题做得多了,学生的解题效率和正确率会自然提升,所以在进行题目讲解时,更多地注重对正确答案地解答,而忽略了解题思路和方法的传授,导致学生在下次遇到同类问题时依然束手无策。在没有经过题型分析的情况下,学生会错误地认为自己对立体几何知识的掌握不够熟练,因此便增加更多的练习题目,又做了更多“无用功”。

鉴于以上情况,在实际教学活动中,需要特别注意的是,寻找正确的解题方法并不是一道例题的结束,而是要由教师进行引导,帮助学生从不同角度尽可能多地找出不用的解题方法,比如空间坐标法、向量法,或者从不同的切入角度绘制辅助线。在集思广益之下,帮助学生尽可能多地总结解题经验和思路,有助于其在日后解题时发散思维,找到适合的解题方法^[2]。

三、避开非求部分简化运算

究其根本,解答数学题目的本质便是依据已知求未知,而在现实情况中,题目所给出的已知条件并不足以支撑学生直接得出正确结论,为了得到正确结果,在求证的过程中,可以选择避开非求部分,以简化运算步骤的方法,得到正确答案。如此,不仅可以成功解答题目,还能够提升解题速度,对于提高学生的解题技巧有着重要的积极影响。

所谓非求部分,即是指题目中所没有提及,且对于最终结果影响不大的条件。虽然如此,但是此类条件中的一部分,在学生进行求证、预算的过程中,却是不可或缺的一部分。大多数学生解题时,遇到此种情况,便认为缺少必要条件,无法解答。可事实并非如此,在正常情况下,题目中所省略的条件,除了常识性的内容以外,便是无法对最终答案造成影响的非必要条件。对

此,教师可以引导学生,对非必要的未知条件进行假设,将其当作一个特定的未知数,以方便后续的运算,待到得出最终结果后,再观察其对答案是否存在影响。

通过上述方法,可以有效地避开不重要的非求部分,采用迂回的方式,直奔题目的最终结果,通过去掉不相关的参数,达到高效解题的目的。以高中数学立体几何某一例题举例,题目为已知 $S-ABCD$ 为侧棱长度相等的四棱锥,在其中间部分截取一个与底面相平行的平面为 $A_1B_1C_1D_1$,形成下半部分的多面体。现已知该多面体的上底面积为 S_1 ,下底面积为 S_2 ,其侧面积为 Q ,求其对角面积 S_3 。

根据题目可知,其对角面为等腰梯形,然而其中难点在于此等腰梯形的高,题目并未提及,属于未知条件,需要通过多面体的高度求得梯形高度,才能得到最终答案。所以,在解题过程中,教师可以指导学生未知条件进行假设,设多面体的高为 a ,斜面高为 b 采用避开非求部分的“迂回战术”,然后根据上下底面积,分别算出梯形的上底和下底边长,继而得出最终结果。从解题过程可以看出。利用此方法,对于一些复杂的题目来说,能够极大程度地简化计算步骤,进一步提升学生的解题效率,在实际的练习过程中,又有着极为重要的应用价值。所以,教师应利用课堂教学注重此类方法的教授,以帮助学生掌握更加简单的解题方法。

四、强化多种解题技巧

立体几何属于综合性问题,在通常情况下,同一道题目能够采用多种不同的解题思路和方法,教师在教学过程中,应尽可能引导学生发散思维,不要局限于单一知识点,而是要将不同章节的知识点串联起来,综合运用以解决困难题目^[3]。比如建立空间坐标系、空间向量计算、分类讨论、函数等等,只有将所有以往所学的知识融汇贯通,并结合实际情况综合运用,才能更好地解出题目。

在讲授空间几何问题时,教师应该在课堂当中,有意识地渗透多种解题技巧,并在课后选择具有代表性的练习题,以供学生巩固解题思路。比如以空间立体图形中的某个点为原点,建立空间坐标系,并选择适当的 x, y, z 轴的方向,为图形中的关键点设定坐标。如此一来,便使空间几何问题,转变为了同一坐标系中的计算问题,降低了解题过程中,对学生空间想象能力的要求,更加方便学生进行学习和理解。

不仅如此,由于立体几何问题往往求证过程较为复杂,所以起初的解题思路即选择的方向至关重要,其往往能够直接决定最终答案的正确与否,以及学生解题的效率。例如,一些求证空间关系的题目,更适合选择使用向量法和分类讨论法,而求取具体数值类型的题目,

则使用空间坐标法或函数法更为方便^[4]。而且在设立空间坐标时，也需要一定的技巧，以图形的某一定点为原点能够大幅度简化解题步骤，而三条坐标轴分别与图形的三条棱重合，更是能够降低后续计算的复杂性。诸如此类的解题技巧还有很多，教师应在日常教学和习题训练中，细心地向学生讲授，帮助学生掌握多种不同的解题方式，不断地完善数学知识体系。

以一道具体题目为例，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中（如图1所示）， $\angle BAC$ 为直角，且 $AB=AC=AA_1=1$ ，延长 A_1C_1 至点 P ，使 $C_1P=A_1C_1$ ，连接 AP 与 CC_1 相交于点 D ，求证 $PB_1 \parallel$ 平面 BDA_1 。此道题便有两种常规解法，其中第一种便是利用分类讨论法，通过学生对空间几何知识的深刻掌握，梳理图形中，点、线、面之间的空间位置关系，从而得出正确结论。该种解题方法，较为依赖学生的基础知识和空间想象能力，利用基础定理，完成论证过程。而另一种则是建立空间坐标系。可以选择直角顶点为坐标原点，以三条互相垂直的棱作为坐标轴建立空间坐标系，并根据“ $AB=AC=AA_1=1$ ”的已知条件，为问题所涉及的点设立相应的坐标，并利用法向量、垂直定理等知识，验证 $PB_1 \parallel$ 平面 BDA_1 。

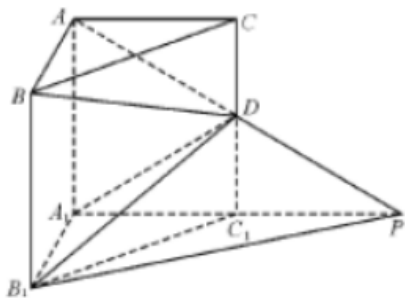


图1 某高中立体几何练习题图例

五、夯实空间几何基础

无论做任何题目，基础知识是否熟练掌握，都会对解题过程造成巨大影响。事实上，高中阶段单纯的立体几何问题并不难解，但由于近些年试卷题目的难度不断提高，其通常都会与其他数学问题结合在一起，使得题目变得复杂化，让很多基础知识不牢靠的学生不知所措。综合性地考量学生对过往所学知识的掌握程度，也是立体几何相关题目的一大特色。而且，由于高中阶段，学生将会面临其人生中极为重要的时间节点，教师通常会更加严格要求，以期通过大量的训练，使其解题的正确率与速度全面提高。基于此，教师应在日常教学中，更加注重基础知识的结合巩固，保证学生对各种复杂的题目都能处理得心应手。

首先，在教师授课阶段，应格外注重对基础知识地教授，尽可能使学生对高中数学知识基础内容的掌握程度。在复习阶段，同样要以基础性知识为线索，将不同

章节的知识串联起来，并以练习题目为抓手，锻炼学生对相关定理、公式的实际应用能力。其次，在教学活动中，教师要注重各知识点的衔接性，从中发现底层逻辑的联系，并将其关联起来向学生进行深入讲解，帮助学生尽快建立完整的立体几何知识体系，以应对不同难度的题目。最后，虽然“题海战术”并不可取，但学生解题技巧的提高，也离不开勤加练习，需要注意的是，教师对于练习题目的选择，应讲究方式方法，尽可能减少重复的、无意义的题目，而是要挑选具有代表性的，使学生能够借助一道题，掌握一类题目的解题思路。而且，在对习题进行解析时，教师还要更加注重对解题细节的讲授，最大化地挖掘练习题目的利用价值，从而走出“题海战术”以“量”取胜的误区^[5]。

除此以外，正如前文所述，立体几何问题，离不开学生的空间思维能力，教师在日常教学中，可以采取相应措施，以锻炼学生的空间想象能力。比如，可以鼓励学生以游戏的方式，开发空间思维。让学生以空间坐标系为棋盘盲下五子棋，在游戏中，学生会根据相关定理，验证不同“棋子”之间的空间位置关系，以此来判定胜负。通过此类游戏，学生在娱乐放松的同时，既能开发大脑，锻炼其空间思维能力，也能不断练习基础理论知识，可谓一举双得。拥有较强的空间思维能力，能够让学生在解题时，根据题目要求，快速而准确地脑海中构建相应的空间立体模型，对提高其解题效率帮助非常大。

结语

综上所述，立体几何所谓高中数学知识中的重难点，教师需要在教学工作中，提高对于该部分题目解题技巧的重视程度，通过各种方法，帮助学生拓展思路，提升解题的正确率和速度。教师应有目的地培养学生空间想象能力、综合分析能力，在解题时教授学生“迂回战术”，避开非求部分，并且必须为学生夯实立体几何的基础知识，尽快完成空间几何知识体系的完善，切实有效地帮助学生提升解题效率。

参考文献

[1] 柯巧茹. 高中数学教学中问题导学法的运用对策探讨[J]. 国家通用语言文字教学与研究, 2023(04): 85-87.
 [2] 高尹. “教学做”合一培养高中生数学思维能力的实践路径[J]. 高考, 2022(34): 51-53.
 [3] 陈虹君. 高中生立体几何学习困难及对策研究[D]. 西南大学, 2020.
 [4] 海世仓. 提升高中数学复习课教学效果的策略探究[J]. 成才之路, 2018(26): 1.
 [5] 林洁. 基于核心素养理念的立体几何概念教学探究——以《平面》教学为例[J]. 延边教育学院学报, 2023(01): 159-162+166.