基于新课标背景下的数学竞赛中图论问题的探究

韩涛
郑州一起学教育科技有限公司

摘　要：随着新课标的实施，数学竞赛中的题目类型也发生了一些变化。在图论问题的探究中，学生需要掌握基本的图论概念和算法，并能够运用它们解决实际问题。本文通过分析新课标要求和过去数学竞赛中的题目，探讨了在新课标背景下图论问题的难度和要求的变化，并提出了相应的解题思路和方法。

关键词：新课标；数学竞赛；图论问题；解题思路
【DOI】10.12252/j.issn.2096-6288.2023.07.152

引言

随着新课标的实施，数学竞赛中的题目类型也发生了一些变化。图论问题作为数学竞赛中的常见题型，在新课标背景下的重要性得到了进一步的凸显。在图论问题的探究中，学生需要掌握基本的图论概念和算法，并能够运用它们解决实际问题。因此，本文旨在通过分析新课标的要求和过去数学竞赛中的题目，探讨在新课标背景下图论问题的难度和要求发生的变化，并提出相应的解题思路和方法。

本文的目的在于探讨新课标背景下的数学竞赛和图论问题的发展趋势，并提出相关的解题思路和方法。希望通过本文的研究能够提高学生的数学素养和解题能力，同时也为老师和教育机构提供一些有益的启示和帮助。

一、新课标背景下的数学竞赛概述

（一）新课标对数学竞赛的影响和改变

新课标的实施对于数学竞赛的影响和改变是显而易见的。在新课标的要求下，数学竞赛对学生的综合素质和实际能力的考查更加明确和具体。下面将从几个方面来介绍新课标对数学竞赛的影响和改变。

其一，新课标要求数学教育更加关注学生的实际应用能力。与过去相比，新课标要求学生不仅要掌握数学的基本概念和公式，还需要能够将数学知识应用于实际生活中的问题解决。因此，在数学竞赛中，越来越多的题目要求学生注重问题的实际应用和探究，而不是单纯的应试技巧[1]。

其二，新课标要求数学学科与其他学科的交叉应用。新课标强调跨学科的教育理念，鼓励数学学科与其他学科的交流和应用。因此，在数学竞赛中，与其他学科相关的题目和知识点也越来越多，让学生更好地理解数学与其他学科的联系和应用。

其三，新课标要求对学生发展全面素质的培养。新课标把学生的发展视为全面而非单一的培养目标。在数学竞赛中，除了考察学生的数学能力外，还会考察学生的逻辑思维能力、创新能力、实践能力等多方面的素质和能力。

总之，新课标的实施对数学竞赛的影响非常明显，它使得数学竞赛更加注重学生的实际应用能力、与其他学科的交叉应用以及全面素质的培养。因此，在备战数学竞赛时，除了掌握数学知识和解题技巧，还需要注重实际问题的探究和与其他学科的交叉学习。

（二）图论问题在数学竞赛中的重要性

作为数学竞赛中的常见题型之一，图论问题在数学竞赛中的重要性不可忽视。图论问题与现实生活密切相关，不仅能够帮助人们更好地理解实际问题，同时也可以锻炼学生的算法思维和解决实际问题的能力。下面将从以下几个方面介绍图论问题在数学竞赛中的重要性：

其一，图论问题是数学竞赛中常见的题型。不管是中小学数学竞赛还是国际数学竞赛，图论问题都经常出现[2]。因此，熟练掌握图论问题的相关知识和解题技巧对于在数学竞赛中取得好成绩至关重要。

其二，图论问题涉及生活中的实际问题。图论作为现代数学中的重要分支，与生活的许多领域有着紧密的联系，例如交通规划、电路设计、社交网络分析等。因此，通过解决图论问题，不仅可以锻炼学生的数学思维，还可以让学生更好地理解生活中的复杂问题。

其三，图论问题既考验了学生数学知识的掌握，又考察了学生的解决问题的能力。在解决图论问题的过程中，需要学生运用到各种数学知识以及算法和优化技巧，同时也需要学生掌握解决实际问题的能力。因此，图论问题的解答更多地考察了学生的算法思维能力和解决实际问题的能力。

总之，图论问题在数学竞赛中的重要性是不可忽视的。通过解决图论问题，不仅可以熟练掌握数学知识，还可以锻炼学生的解决问题的能力，让学生更好地理解现实中的复杂问题。

二、图论基础知识和技巧

（一）图论概念介绍

图论是一门研究图及其在数学、计算机科学和其他领域中应用的学科。图由节点（顶点）和连接节点的边组成，可以用来描述不同事物之间的关系。在图论中，有一些基础的概念需要了解。

1.图（Graph）：图是由节点和边组成的集合。节点表示事物，边表示节点之间的关系。图的形式可以是有向图（有向边）或无向图（无向边）。

2.节点（顶点）：表示图中的一个事物。节点可以用不同的符号、编号或名称来表示。节点之间的关系由边表示。

3.边（Edge）：表示节点之间的连接关系。边可以是有向的（箭头指向特定方向）或无向的（箭头不指向特定方向）。在有权图中，边还可以带有权值。

4.路径（Path）：是连接图中两个或多个节点的边的序列。路径可以是有向的或无向的。

5.度（Degree）：节点的度是指与该节点相连接的边的数量。在有向图中，节点的度分为入度和出度，分别表示指向该节点的边和从该节点指出的边的数量。

6.连通性（Connectivity）：表示图中节点之间是否存在路径。图可以是连通的（所有节点之间都存在路径）或非连通的。

7.子图（Subgraph）：是由原图中的一些节点和边组成的图。子图与原图的结构相似，但规模可能更小。

这些是图论中最基本的概念。在图论中还有许多复杂的概念和算法，如最短路径算法、最小生成树算法、图的遍历算法等，用于解决不同类型的问题。了解这些基础概念和算法，可以为解决图论问题提供基础和指导。

（二）常见图论算法解析和应用

在图论中，有许多常见的算法用于解决不同类型的问题。下面介绍几个常见的图论算法及其应用：

1.深度优先搜索（Depth-First Search，DFS）：DFS是一种用于遍历或搜索图的算法。它从一个起始节点开始，沿着一条路径一直到达最深的节点，然后回溯到前一个节点并继续遍历其他路径。DFS可以用于检测图的连通性、寻找路径、拓扑排序等应用。

2.广度优先搜索（Breadth-First Search，BFS）：BFS是一种用于遍历或搜索图的算法。它从一个起始节点开始，先遍历相邻节点，然后逐层向外扩展。BFS通常用于寻找最短路径、两个节点之间的最短距离等应用。

3.最小生成树（Minimum Spanning Tree，MST）：MST算法用于找到连接图中所有节点的一棵生成树，使得生成树的总权值最小。常见的MST算法有Prim算法和Kruskal算法。这一算法在网络设计、电路布线等领域有着广泛的应用。

4.最短路径算法（Shortest Path）：最短路径算法用于确定两个节点之间的最短路径。常见的最短路径算法有Dijkstra算法和Bellman-Ford算法。这些算法在路由算法、导航系统等领域得到广泛应用。

5.拓扑排序（Topological Sorting）：拓扑排序用于对有向无环图进行排序，使得对于每一条有向边（u，v），节点 u 在排序中排在节点 v 的前面。拓扑排序算法在依赖关系分析、任务调度等领域有广泛的应用。

这些算法只是图论中的一小部分，还有许多其他的算法，如图的匹配算法、最大流算法、最小割算法等等。这些算法在计算机科学、网络设计、社交网络分析、物流优化等领域都有着广泛的应用。了解这些算法并掌握它们的应用场景，可以帮助解决实际问题并提高对图论的理解。

三、新课标要求下的图论问题难度和要求变化

（一）新课标对图论问题的要求分析

（二）图论问题难度的增加和变化

新的课标对于图论问题的要求提出了更高的要求。在新课标中，图论问题被纳入了高中数学必修内容，学生在中考或高考中可能会遇到这类问题。相比于以往，新课标要求学生掌握更加深入的图论知识和技能，例如：

1.图论问题难度增加：新课标要求同学们能够在各种类型的图中熟练运用基础图论算法并能够解决更加复杂的图论问题。例如，考察学生对于最大流/最小割算法的理解和应用，或者让学生解决更具挑战性的图着色问题等。

2.实际问题解决能力要求提升：新课标将图论问题与实际问题的联系更为紧密，对于学生的创新能力和解决问题的能力提出更高的要求。例如，在公路规划、电气工程、关系网络等实际问题中，将图论算法应用到实际问题解决中，并能提出更加全面有效的解决方案。

3.多项技能交叉锻炼：新课标要求学生能够将计算机科学、物理学、经济学、医学等相关领域的知识与图论算法相结合，以解决更加复杂的交叉问题。例如，让学生通过假设某一疾病在某一区域传播的模型，研究防疫措施在人群中的有效性，以展现交叉学科中如何利用图论算法的优势。

总之，新课标对于图论问题的要求更加明确，同学们需要在掌握图论基础理论的基础上，更加深入地理解和应用图论算法，以拓宽知识面，提高综合运用能力。

（三）数学竞赛中的图论问题演变趋势

在数学竞赛中，图论问题是一类常见的题型，涉及图论的基本概念、算法和应用。随着竞赛的发展和数学知识的深入研究，图论问题的演变趋势如下：

1.难度提升：随着竞赛的水平不断提高，图论问题的难度也逐渐增加。过去较为简单的图论问题在新的竞赛中可能被作为基础题出现，而新的高难度问题也会涉及更深入的图论理论和算法。

2.探索性问题：图论问题在数学竞赛中逐渐强调学生的探索和独立思考能力。出题人常常设计一些开放性的问题，要求学生利用图论知识解决问题，发现规律，

进行推理和证明，并给出合理的结论。

3.综合性问题：现代数学竞赛中的图论问题往往是综合性问题，与其他数学分支知识相结合。这些问题可能需要学生综合运用图论、概率论、代数、几何等不同领域的知识，以解决更加复杂、多层次的问题。

4.算法应用问题：图论算法在实际应用中的重要性提升，竞赛中的图论问题也呈现出更多的算法应用方面的考查。例如，最短路径算法在路径规划、地理信息系统等领域的应用，最大流算法在网络流量优化、资源分配等方面的应用。

总之，数学竞赛中的图论问题呈现出难度提高、探索性加强、综合性问题增多以及更多算法应用的趋势。为了应对这些变化，学生需要掌握坚实的图论基础知识，并能够熟练灵活地应用图论算法和理论，培养独立思考、分析问题和解决问题的能力。

四、解题思路和方法

（一）新思维方式：从实际问题出发

解决图论问题时，可以采用以下思维方式和方法：

1.从实际问题出发：将抽象的图论问题联系到实际场景，理解问题背景和意义，并将问题转化为图的形式。这有助于更好地理解问题和找到解决问题的思路。

2.研究问题特点：分析问题中的特殊性质和限制条件，例如图的性质、边权重、节点关系等。这些特点将指导你选择合适的图论算法和技巧，并帮助解决问题。

3.寻找已有模型和技术：在解决图论问题时，经常会遇到一些常见的模型和技术。寻找已有的模型和技术并将其应用到问题中，可以简化问题的复杂性并提供解决问题的思路。例如，最短路径问题可以使用Dijkstra算法或Bellman-Ford算法来求解。

4.思考问题的等价转化：有时候，将图论问题转化为其他等价的数学问题可以更方便地解决。例如，将最小割问题转化为最大流问题，或将拓扑排序问题转化为检测图中是否存在环的问题等。

5.尝试不同的算法和技巧：图论有许多经典的算法和技巧，如深度优先搜索、广度优先搜索、最小生成树算法、最短路径算法等。根据问题的特点，尝试选择合适的算法和技巧来解决问题，并灵活运用它们。

6.反复演练和实践：图论问题需要通过反复演练和实践来提高解题能力。多做一些类似的题目，掌握不同类型的问题解题方法和技巧，逐渐培养出独立解决问题的能力。

通过以上的思维方式和方法，可以更好地解决图论问题，并提高解题效率和准确性。同时，不断学习图论的基础理论知识，积极参与实战演练，也是提升图论问题解决能力的关键。

（二）提高问题建模和分析能力

要提高图论问题的解题能力，可以注重以下方面的问题建模和分析能力的提高：

1.理解问题背景和要求：仔细阅读问题描述，确保对问题背景和要求有准确的理解。明确问题的目标、限制条件和需要求解的内容。

2.转化为图论问题：将实际问题转化为图论问题，将问题中的物体或概念抽象为图中的节点，问题中的关系抽象为图中的边。通过建立合适的图模型，将问题转化为图论问题，便于应用图论算法进行求解[3]。

3.分析问题特点和约束条件：仔细分析问题的特点和约束条件，例如图的类型（有向图、无向图）、图的大小（节点数、边数）、边的权重等。这些特点和条件可以指导你选择合适的图论算法、技巧和策略来解决问题。

4.探索图的性质和规律：对于给定的图，分析图的性质和规律，如连通性、度数分布、图的直径等。这些性质和规律可以帮助你更好地理解问题，找到解决问题的线索和思路。

5.考虑问题的等价转化：将题目中的图论问题转化为其他等价的数学问题，例如最小割问题转化为最大流问题、拓扑排序问题转化为检测图中是否存在环的问题等。通过等价转化，可以将问题简化或与已有的数学模型对应，便于解决。

6.扩展应用思考：除了常见的图论问题，尝试将图论算法和技巧应用到其他领域的问题中。例如，在网络规划、社交关系分析、物流运输等实际应用中，将图论算法应用到解决复杂的实际问题，提升问题建模和分析能力。

通过持续练习和实践，不断提高问题建模和分析能力，可以更准确地将实际问题转化为图论问题，并找到合适的解题方法和技巧来解决问题。同时，培养对图的深入理解和具体应用领域的相关知识，也是提高问题建模和分析能力的关键。

结语

随着新课标的实施，图论问题在数学竞赛中的重要性不断提升。学生在备战数学竞赛时，需要加强对图论概念和算法的学习，并通过解题实践提高解题能力。同时，老师和教育机构也应根据新课标的要求，调整教学内容和方法，帮助学生更好地掌握图论知识，提升竞赛成绩。

参考文献

[1]夏永立.基于“新课标”背景下的小学数学“大单元”教学[J].江西教育，2022（34）：5.

[2]宋宝莹.图论问题在数学竞赛中的应用[D].天津师范大学，2012.

[3]贾爱丽.数学竞赛中图论问题的探究[D].天津师范大学，2016.