

GeoGebra软件在高中数学教学中的应用

袁建清

赣州市第三中学

摘要：随着教育信息技术的发展，数学软件对于数学的教学与研究越来越重要。一款好的软件能大大提高数学课堂的效率，提高学生数学素养。本文通过GeoGebra在解析几何、函数课堂中的应用来说明GeoGebra在高中数学教学中的实践与应用。

关键词：GeoGebra；直观想象；抽象思维；动态教学

【DOI】 10.12252/j.issn.2096-6288.2023.08.147

一、GeoGebra的主要功能

Geogebra是一套结合几何、代数、数据表、图形、统计和计算的动态数学软件，除了具备传统的精确作图的几何作用外，还具备解方程、求积分、概率、显示几何元素的坐标和方程等代数能力，所以说Geogebra同时具有处理代数与几何的能力^[1]。

二、GeoGebra辅助教学案例设计原则

(一) 以学生为主体：GeoGebra 辅助教学并不是替代传统教学，主要的目的是利用GeoGebra的可视化特点，增强课堂的直观性。

(二) 互动性原则：GeoGebra辅助教学并不是学生与计算机之间的教学，学生与教师之间的互动交流才是课堂的主导。

(三) 适用性原则：不能为了应用GeoGebra而应用，不是所有的知识教学都可以通过GeoGebra软件来达到提高学习兴趣或者学习效率的目的。

三、GeoGebra软件在解析几何教学中的实践应用

在解析几何中，运算量大是一大特点，为了论证、探究一个问题特别是动态问题，往往需要大量的计算，

但借助于GeoGebra的可视化、动态化特点，常常很快得到结论，从而为证明提供基础和方向。

以2023年高考数学 I 卷理科20题为例

题目：设椭圆 $C: \frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1(a > b > 0)$ 的离心

率为 $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ，点A(-2, 0) 在C上。

(一) 求C的方程；

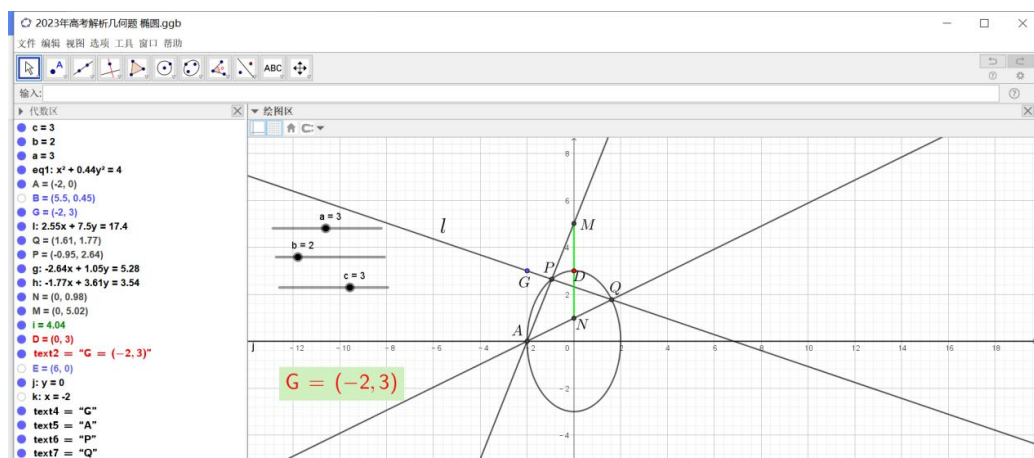
(二) 过点G(-2, 3) 的直线l交C于P, Q两点，直线AP, AQ与y轴的交点分别为M, N，证明：线段MN的中点为定点。

(1) 比较简单，下面仅对(2)进行探究(本班学生在高一的时候已经接触过Geogebra软件，能作出一些简单的图形)

教学过程如下：

1. 首先用Geogebra进行验证，让学生获取一个初步的直观印象，接着思考为什么直线l在变化时，但线段MN的中点仍然不变，使学生产生一种急于证明的欲望。

2. 严格证明(屏幕上展示解题过程)



3. 接着老师抛出问题让学生探究

问题1：点G, 点A换成其他点可以吗？

师：比如点G不动，点A换成其他点行吗？

生₁：通过Geogebra探究发现，当点G不动，点A换成

其他点不行，线段MN的中点不是定点。

师：点A不动，点G(G与A不重合)换成其他点行吗？

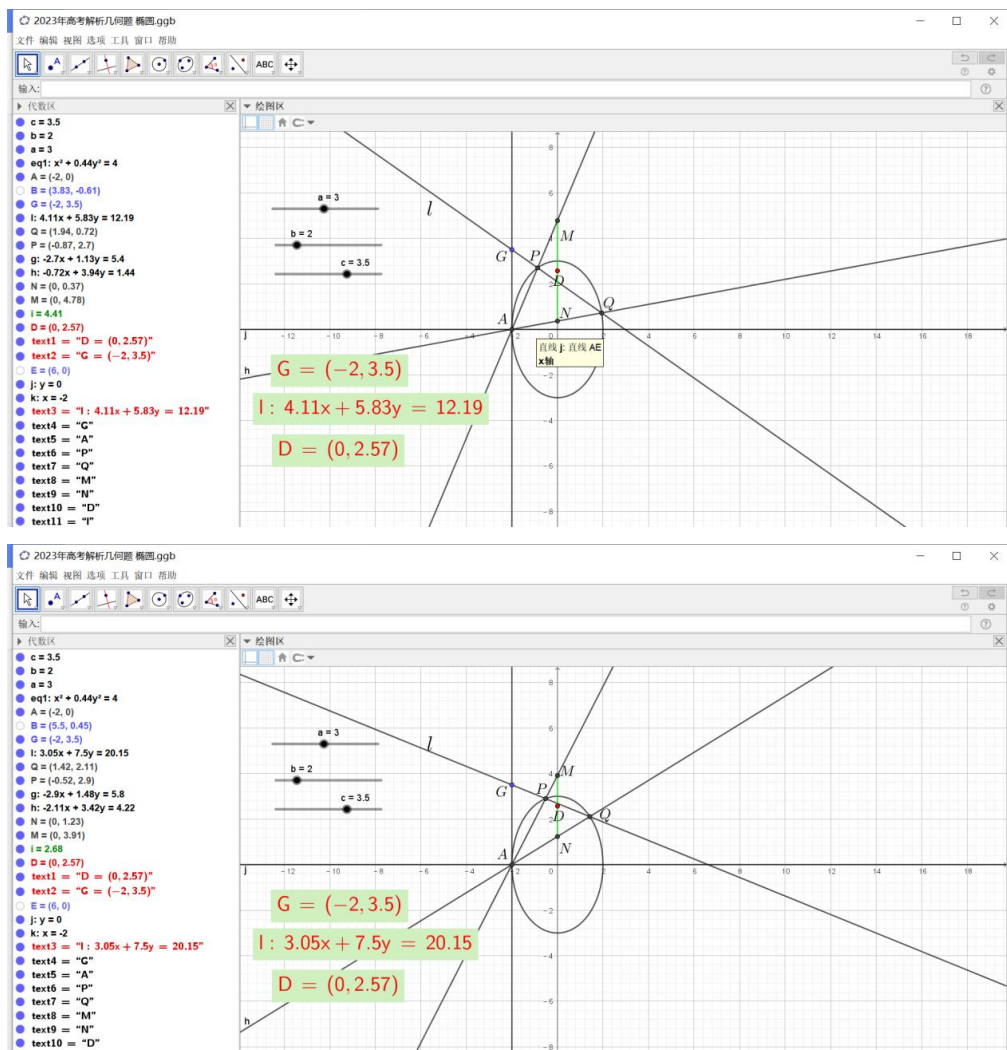
生₁：通过GeoGebra探究发现不行，线段MN的中点也不是定点。

师：笑一笑 生₂：好像当直线GA//y轴时，MN的中点好像是定点。

大家利用Geogebra继续探究，发现学生₂的说法是正确的。

师：其他同学觉得生₂的说法对吗？

（由上面的两个图形可知，当直线l变化时，MN中



点D的坐标保持不变，都是(0, 2.57)）

师：让点G继续在直线上动起来结果怎么样？

生：MN中点D继续保持不变.于是，我们得到下面的性质

性质1 设椭圆 $C: \frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1(a > b > 0)$ 的左顶点

为A(-b, 0)，G是直线x=-b上的任意一点(G与A不重合).过点G的直线l交C于P, Q两点，直线AP, AQ与y轴的交点分别为M, N，则线段MN的中点为定点.

注：当把A点坐标改为(b, 0)或椭圆焦点在x轴时，类似的结论仍然成立.

至此，学生经历了从最初的合情推理，到用Geogebra软件的动态演示和操作确认，再到用解析法严格证明(课后完成)的这样一个完整的探究过程.这样的探究活动，既可以提高学生学习的兴趣，使枯燥的几何真正“动”起来，还可以培养学生直观想象、运

用信息技术的核心素养，认识到利用数学软件进行数学学习与探究的重要性.

下面老师继续提问，让学生继续探究.

问题2：我们知道圆锥曲线是平面截圆锥得到的交线，各种圆锥曲线之间也有很多类似的性质，那么性质1可以推广到双曲线当中去吗？

十几分钟后，学生利用Geogebra软件探究的结果也出来了，老师汇总后得到如下性质

性质2 设双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1(a > 0, b > 0)$ 的左顶

点为A(-a, 0)，G是直线x=-a上的任意一点(G与A不重合).过点G的直线l交C于P, Q两点，直线AP, AQ与y轴的交点分别为M, N，则线段MN的中点为定点.

注：当把A点坐标改为(a, 0)或双曲线焦点在y轴时，类似的结论仍然成立.

令人惊奇的是,类似的结论对于圆也是成立的.

性质3 设圆 $C: x^2 + y^2 = r^2 (r > 0)$, 点A $(-a, 0)$, G是直线 $y = -a$ 上的任意一点 (G与A不重合). 过点G的直线l交C于P, Q两点, 直线AP, AQ与x轴的交点分别为M, N, 则线段MN的中点为定点.

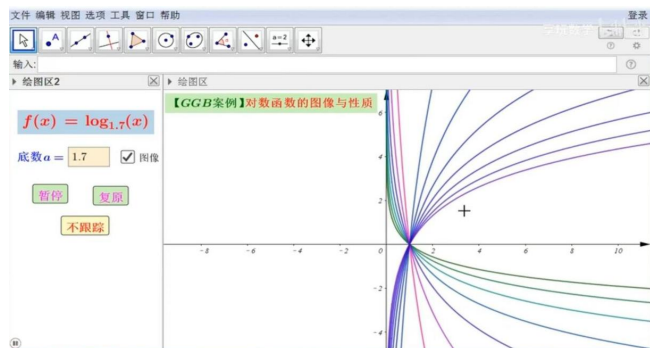
四、GeoGebra软件在函数教学中的实践应用

函数是高中数学的主干知识,但函数又是一个抽象的知识,很多学生学习起来很吃力.函数图像是函数的重要表现形式,但高一同学作图能力还比较弱,对于一些复杂的函数更是无能为力,如果能精确地画出函数图像,将为学生学习函数带来极大的便利,而GeoGebra软件正好可以承担这个重任.GeoGebra可以精确地作出函数地图像,再结合对称、翻折、平移等功能,就能轻松地研究函数.

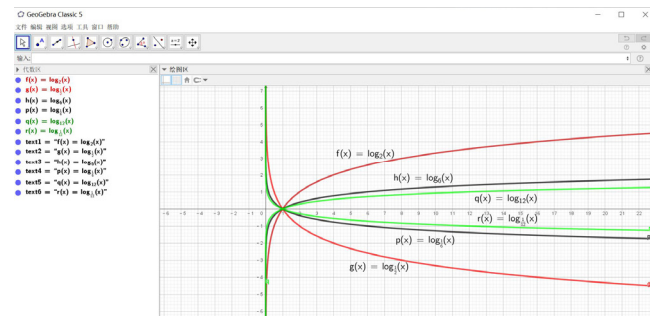
下面以对数函数的图象与性质的学习为例,说明如何让GeoGebra融入函数课堂,高效教学.

教学过程

(一) 让学生亲身经历对数函数图像的动态演示过程,提升学习参与度.通过设置滑动条控制参数a,使用鼠标拖动来动态演示随着底数a的变化函数图像随之发生的变化.



(二) 其次利用GeoGebra作出当 $a = 2, 6, 12, \frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}$ 时的对数函数 $y = \log_a x$ 的图象,并把底数互为倒数的图象颜色设置成一样的,动中有静,让学生仔细观察a的变化对图象的影响.



(三) 师生互动环节

师:从这六个对数函数的图象中你能总结出对数函数的哪些性质?

生₁: 函数 $y = \log_a x$ 的定义域都是 $(0, +\infty)$, 值域都是 \mathbb{R} .

生₂: $y = \log_a x$ 的图象都过点 $(1, 0)$. 师: 还有没有要补充的吗?

生₃: 好像当 $a > 1$ 时, $y = \log_a x$ 在定义域上都是单调递增的; 当 $0 < a < 1$ 时 $y = \log_a x$ 在定义域上都是单调递减的. 师: 有谁还要补充吗?

生₄: 当 $a > 1$ 时, a越大, $y = \log_a x$ 的图象越平缓; 反之越陡峭.

而当 $0 < a < 1$ 时, 规律正好相反.

师: 这个同学观察的很仔细,掌声在哪里? 还有要补充的吗?

生₅: 我还发现当底数a的值互为倒数时, 对应的图象是关于x轴对称的, 比如 $y = \log_2 x$ 与 $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

师: 生₅的观察也很仔细,原因可以用我们上节课所学的换底公式进行证明.

老师对同学观察到的主要性质归纳如下:

- (1) 对数函数图像是一条始终在y轴右侧的一条曲线;
- (2) 对数函数图像恒过定点 $(1, 0)$;
- (3) 对数函数图像无限趋近于y轴但永不相交;
- (4) 当 $0 < a < 1$ 时, 函数图像下降; 当 $a > 1$ 时, 函数图像上升;
- (5) $a > 1$ 时, 在第一象限内, a越大, 函数图像越靠近x轴;

$0 < a < 1$ 时, 在第四象限内, a越小, 函数图像越靠近x轴.

信息技术的广泛应用正在对数学教育产生深刻影响.在数学教学中,信息技术必将成为学生学习和教师教学的重要辅助手段.因此,教师应重视信息技术的运用,实现传统教学手段难以达到的效果.作为数学教师,要想熟练地开展数学实验课,必须首先提升信息技术的使用能力,动态软件的运用可以引发学生认真地观察、实验、猜想、计算等行为.像GeoGebra这样优秀的动态软件,学生可以通过反复观看、实践操作等手段体会知识的生成过程,培养丰富的想象力,从而为提高抽象思维能力、直观想象能力奠定基础;同时也能让学生感受到图形之美、数学之美,激发学生学习数学的兴趣.

参考文献

[1] 王贵军. GeoGebra与数学实验教程. 北京: 清华大学出版社, 2021.
 [2] 李素波. 几何画板助力数学实验课. 中国数学教育2019 (1-2) 124.

基金项目: 本文系江西省中小学基础教育课题“高中数学新课标视域下高中生“直观想象”核心素养的培养研究”(课题编号GZSX2022-447)的阶段成果.