

“三新”背景下基于KWL模式的数学复习策略

——以“直线和圆的方程”复习课为例

罗格

湖南科技大学

摘要:“三新”指新教材、新课程、新高考,在此背景下,高中数学教学更注重创新教学以培养学生数学能力,促进学生数学核心素养的发展.复习教学是高中数学教学中不可或缺的一环,本文以“直线和圆的方程”复习课为例,说明如何利用KWL(Know, Want to know, Learned)教学模式构建高效复习课堂并给出相关建议。

关键词: KWL教学模式; 数学复习; 高效复习

【DOI】 10.12252/j.issn.2096-6288.2023.09.125

一、相关背景

复习教学是高中数学教学的重要环节之一,不论是新课学习伊始,还是高考前的复习,高效的复习课堂能使学生对已学知识进行巩固和查漏补缺,提升学生数学学习能力,然而大多教师只对高考复习课堂进行精心设计,不够重视新知复习课,将复习课当作新知识的简单归纳整理,缺乏专门的教学计划和系统安排,使整个课堂处于一种低阶思维状态,不利于学生数学能力的提升,对学生数学核心素养的培养也无益处,因此新阶段的背景下更需为传统数学复习课堂注入新的活力。

在新教材(人民教育出版社2019年国家教材委员会专家委员会审核通过)、新课程(《普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)》)、新高考的“三新”背景下,数学教学更注重数学教学模式的改革创新,倡导以多种教学模式促进学生数学能力的发展.KWL教学模式^[1]由法国Donna Ogle教授于1986年创建,是典型的基于建构主义理论而设计的教学法,KWL最初被引入课堂是用于阅读教学,随着时代发展,研究者在Donna Ogle教授的基础上进一步将KWL拓展应用到了阅读课堂之外.KWL中的“K”指“What we know”,即在学习前学生对于相关内容已知什么;“W”指“What we want to find out”,即对于相关内容学生想学什么;“L”指“What we learned and still need to learn”,即对于相关内容学生学到了什么。

数学复习课中,结合复习课特点和最初的KWL表(如图1),设计适合数学复习课的KWL表(如图2),以新的KWL表为媒介贯穿教学过程给数学课堂带来更多互动,促使学生进行独立思考、合作交流,从而提高复习课堂效率.本文以“直线和圆的方程”的复习课教学为例,探究在数学复习课堂中教师如何利用KWL表以学生已有知识为基础,引导学生探究相应数学问题、解决相应数学问题,并促进学生直观想象、逻辑推理等核心素养的发展。

图1 最初的KWL表

1	K-What we know	W-What we want to find out	L-What we learned and still need to learn
2	Categories of information we expect to use		
	A	E	
	B	F	
	C	G	
	D		

图2 改良的KWL表

阶段	K—已知	W—想知
课前准备		探究问题:
课中解惑		
课后归纳(L—学知)		

二、基于KWL模式的“直线和圆的方程”复习课教学实施过程

(一) 课前准备

1. 划分学习小组

结合学生性格特点、学习情况划分学习小组,一般每组4-6人.要保证每组中学习能力强的、中等的、稍弱的学生比例大致相同,以利于学生间相互帮助、共同进步.同时每组中既要有性格外向、善于表达自我学生,也要有性格内向、不善言谈的学生.最后教师要发挥主导作用,进行合理引导,积极调控,承担好学习促进者这一角色^[2],从而充分发挥小组合作学习模式的作用。

2. 课前发放KWL表格,引导填表

K栏:学生将“直线和圆的方程”相关知识填写在K栏,每位学生对知识的掌握程度不同导致填写内容大同小异,学生填写完成后,教师再引导小组相互补充,深化学生对知识的理解,最后教师进行系统补充,促进学生的构建更完整的知识网络。

W栏:课前学生根据自身的对学习情况对W栏进行填写,鼓励学生大胆提问,也可引导学生填写数学作业中不解的题目和希望解决的相关问题,教师引导小组先进行组内合作解决简单问题。

3. 确定复习课主题

教师对各组W栏中未解问题情况进行分析, 根据学生情况和复习内容侧重点, 确定数学复习主题, 制定相应的复习计划.

(二) 教学过程

1. 回顾旧知 (K栏)

师: 课前同学们通过自主复习、相互补充知识已经填写好K栏, 进一步巩固了大部分“直线和圆的方程”知识点, 老师将有关本章内容的知识框架展示在PPT上, 请同学们进行查漏补缺, 补充完善K栏.

设计意图: 提前布置填写K栏, 可节约课堂上大部分基础知识回顾环节的时间, 教师能有更多时间在课堂上引导学生进行问题探究及问题解决, 着重于重难点的复习.

2. 问题探究 (W栏)

师: 通过对大家K栏的填写情况分析, 同学们对于直线和圆相关的对称问题 and 最值问题仍有疑惑, 这节课我们首先来探究直线和圆相关的对称问题.

探究1 点关于点的对称点

师: 大部分同学都写上了作业上的一个具体问题: 求直线 $3x-y-4=0$ 关于点 $P(2, -1)$ 对称的直线 l 的方程. 要解决这个问题, 大家先思考: 若点、关于点对称, 那么它们的坐标应满足什么关系?

生(预设): 结合三点的图形特点, 可知 P 点的是中点, 所以我们可以利用中点坐标公式, 得到

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}, y = \frac{y_1 + y_2}{2}.$$

探究2 直线关于点的对称直线

师: 不错, 我们可以结合中心对称的图形特点进行解题, 大家对点关于点对称的相关问题有了一定的解题思路. 接下来我们继续探究直线关于点的对称问题: 求直线 $3x-y-4=0$ 关于点 $P(2, -1)$ 对称的直线 l 的方程, 大家先进行组内交流, 一会儿请小组代表发言.

生1(预设): 可以在已知的直线上找两个特殊点, 求出各自关于点 P 的对称点, 再根据求出的两点来求直线 l 方程.

生2(预设): 也可以先找已知直线上的一个特殊点 A , 求出其关于点 P 对称的点 A' , 然后利用所求直线 l 与已知直线平行的性质, 再结合点到直线距离相等解题.

生3(预设): 还可以设点 $A(x, y)$ 为所求直线 l 上的任意一点, 点 A 关于点 P 对称的点 A' 在已知直线 l 上, 并且点 A' 的坐标为 $(4-x, -2-y)$; 将 A' 代入已知直线方程, 得: $3(4-x) - (-2-y) - 4 = 0$, 整理得 $3x - y - 10 = 0$.

师: 对于同一道题大家能够进行发散思维, 一题多解, 非常不错, 接下来去我们继续探究相关的轴对称问题.

探究3 点关于直线的对称点

师: 请大家结合图形特点小组内快速解决下列简单问题: ①若 P_1 和 P_2 关于 x 轴对称, 它们的坐标满足什么关系?

②若 P_1 和 P_2 关于 y 轴对称, 它们的坐标满足什么关系?

③若 P_1 和 P_2 关于直线 $y=x$ 对称, 它们的坐标满足什么关系?

④若 P_1 和 P_2 关于直线 $y=x+a$ 对称, 它们的坐标满足什么关系? ⑤若 P_1 和 P_2 关于直线 $y=x$ 对称, 它们的坐标满足什么关系?

⑥若 P_1 和 P_2 关于直线 $y=x+a$ 对称, 它们的坐标满足什么关系?

生(组内合作探究): ① $x_1 = x_2, y_1 = -y_2$. ② $x_1 = -x_2, y_1 = y_2$.

③ $y_1 = x_2, x_1 = y_2$. ④ $y_1 = x_2 + a, x_1 = y_2 - a$. ⑤ $y_1 = -x_2, x_1 = -y_2$.

⑥ $y_1 = -x_2 + a, x_1 = -y_2 + a$.

师: 根据上面的问题, 结合图形, 我们可以发现两点关于直线对称有什么样的特点?

生(预设): 两点位于直线两侧.

师: 还有其他的吗? 如果我们将两点连接起来呢?

生(动手作图): 两对称点的连线与已知直线垂直, 连线中点在已知直线上.

师: 大家观察很仔细, 那么请大家根据我们探究所得解决例题1-2:

例1 点 $A(1, 3)$ 关于直线 $x-y+3=0$ 的对称点的坐标.

例2 已知点 $P(-1, 1)$ 与点 $Q(3, 5)$ 关于直线 l 对称, 求直线 l 的方程.

生(预设): 例1 解: 设点 $A(1, 3)$ 关于直线 $x - y + 3 = 0$ 的对称点为 $A'(m, n)$,

$$\text{则} \begin{cases} \frac{n-3}{m-1} \cdot 1 = -1 \\ \frac{m+1}{2} - \frac{n+3}{2} + 3 = 0 \end{cases}$$

解得 $m = 0, n = 4$, 即对称点的坐标为 $A'(0, 4)$

例2 解: \because 直线 PQ 的斜率 $k_1 = \frac{5-1}{3+1} = 1$, 点 $P(-1,$

1) 与点 $Q(3, 5)$ 关于直线 l 对称

\therefore 直线 l 的斜率 $k_2 = -1$,

又线段 PQ 的中点坐标为 $(1, 3)$,

\therefore 直线 l 的方程为 $x+y-4=0$.

探究4 直线关于直线的对称直线

师: 同学们的解题思路清晰明了, 完成得很不错, 请大家小组合作交流完成例题3.

例题3 已知直线 $l: x - y - 1 = 0, l_1: x - y + 3 = 0, l_2: 2x - y - 1 = 0$.

(1) 求直线 l_1 关于直线 l 的对称直线 l_1' 的方程;

(2) 求直线 l_2 关于直线 l 的对称直线 l_2' 的方程.

生4(预设):对于(1),因为 $l \parallel l_1$,所以 $l' \parallel l$,可以任取直线 l_1 上的一个点,求出其关于直线 l 对称的点,再结合所求直线 l' 与已知直线平行的性质解题.

生5(预设):对于(1),还可以根据直线 l 到直线 l_1 和 l' 的距离相等进行列方程求解.

生6(预设):对于(2),因为直线 l_2 与 l 相交,所以直线 l'_2 也和 l 相交,且三条直线交于同一点,求出交点A,再在 l_2 上取一个不同于点A的点P,求出点P关于直线 l 的对称点 P' ,最后根据点A和 P' 求出直线 l'_2 方程.

师:几位同学的回答逻辑严谨,现在给大家几分钟的时间,完成例题3,并告诉老师两小题的答案.

生(预设):(1)直线 l'_1 的方程为 $x - y - 5 = 0$.

(2)直线 l'_2 的方程为 $x - 2y - 2 = 0$.

师:正确,通过刚才我们对于直线对称问题的探究,我们不仅知道了如何解决点关于点、点关于直线、直线关于点、直线关于直线的对称问题,还了解到了解决直线对称问题的方法之多,请同学们相互交流总结在L栏.

设计意图:将对称问题分解为四个探究环节,设置问题链,层层递进,引导小组合作交流,通过数形结合解决相关数学问题,在数学问题的解决过程中促进学生的合作交流、问题探究等能力,进一步完善“直线和圆的方程”相关知识点,促使学生掌握关键思想方法.

3. 课堂小结(L栏)

师:在今天这堂课上,大家都能踊跃表达想法,分享解题思路,在这堂课上除了解决对称相关问题的方法,大家还有什么发现吗?

生7(预设):这节课上我们遇到的所有对称的问题都能转化成点的对称问题进行解题.

生8(预设):我们在解决问题时可以结合图形进行观察再进行解题.

师:回答的很完整,也就是我们学习了转化和数形结合的思想方法,请大家将这堂课所学知识方法总结在L栏,并相互检查补充.

设计意图:通过提问引导学生回顾课堂所学,加深学生对已学内容的印象,同时师生共同对所学内容进行总结,填写好L栏,锻炼学生的归纳能力,促进学生自主完善知识网络.

4. 拓展探究

师:这节课即将结束,相信大家都有一定的收获,请同学们结合本节课所学进行课后探究解决下列问题并上交KWL表.

例4 在直线 $l: 2x - y - 1 = 0$ 上求一点P,使得:

(1)点P到A(4,0)和点B(0,4)的距离之差最大;

(2)点P到A(4,0)和点C(3,4)的距离之和最小.

设计意图:设置课后拓展题引导学生进行课后自主学习,促使学生将所学知识方法应用到新问题中,课后收集学生填写的KWL表,通过学生填写内容了解学生的

学习情况,从而对教学计划进行及时的调整.

三、教学思考及建议

建构主义强调以学生为中心,视学生为认知的主体,是知识意义的主动建构者,教师只对学生的意义建构起帮助和促进作用^[3],KWL基于建构主义而生,因而将KWL教学模式应用于复习教学,能构造一种高效的、问题探究式的复习课堂,有效体现学生的主体地位,促使学生对知识的主动构建.为促使KWL教学模式与数学复习课堂更好结合,需注意以下几点:

第一,科学划分学习小组.划分科学合理的学习小组是成功进行合作学习、问题探究的前提,教师作为课堂的主导者,应在小组合作问题探究过程中,观察小组合作情况,及时发现问题,必要时进行提示或者纠正,对学生的探究过程进行合理引导,并给予学生及时的鼓励,营造良好的课堂氛围.

第二,及时评价,复习课堂上及时进行教师评价,组织生生互评、小组互评.生生互评时能够检验学生对知识的掌握程度,锻炼学生的思维能力和数学表达能力.小组互评以小组讨论、代表发言的方式进行能激发学生的团队协作精神,培养学生知识综合运用能力和语言表达能力.教师评价最常见的一种评价方式,教师在教学过程中给予学生客观而积极的评价,能提高学生的学习动力,增进师生之间的理解与情感.

最后,要尊重学生学习的主体地位.史宁中教授曾指出,学生数学核心素养的形成和发展,是在教师的启发和引导下,学生通过自己的独立思考或者与他人交流,最终“悟”出来的^[4].教学中教师在运用KWL教学模式时,只有教学过程中始终以学生为主体,从学生出发,充分考虑学情,才能引导学生真正实现新旧知识的自然联结,进而调动学生参与问题探究的积极性,让学生更充分地挖掘他们自身隐藏的不可估量的潜能^[5],从而促进学生的多方面发展,适应当下“三新”的背景.

参考文献

[1]Ogle D M.KWL: A teaching model that develops active reading of expository text[J]. Reading teacher, 1986, 39(6): 564-570.

[2]文涛.论有效的课堂小组合作学习[J].教育理论与实践, 2002(12): 53-56.

[3]何克抗.建构主义的教学模式、教学方法与教学设计[J].北京师范大学学报(社会科学版), 1997(05): 74-81.

[4]史宁中.高中数学课程标准修订中的关键问题[J].数学教育学报, 2018, 27(01): 8-10.

[5]孔胜涛.K-W-L教学模式在高中数学教学中的尝试——以“不等式选讲”习题课中的一个教学片断为例[J].中学教研(数学), 2016, (08).