

解析几何课程建设与教学改革

王佳慧 仇恒方 王敏

淮北理工学院教育学院

摘要: 解析几何可以培养学生的空间想象力, 为高维数学问题提供了几何模型, 并为后续的微分几何、高等几何以及拓扑学等奠定基础。在解析几何课程教学过程中存在的问题、教学现状的基础上, 制定科学合理的改革措施, 提升教学质量, 保证教学效果。

关键词: 教学现状; 课程建设; 教学改革

【DOI】10.12252/j.issn.2096-6288.2024.01.091

在17世纪, 笛卡儿和费马创立了解析几何, 《几何学》的发表标志着解析几何的问世。如果代数与几何分路扬镳, 那么它们的进展就会变得非常缓慢, 其适用范围也会变得非常狭小^[1]。但当这两门学科结成伙伴, 他们就会迅速地走向完善。解析几何这门课程不但是数学专业的专业课, 同时也是理工科的一个工具, 其思路主要是通过使用代数的方法去解决几何问题。解析几何的方法及几何图形的性质也被普遍的用于数学分析, 同时解析几何使高等代数中一些研究对象直观化, 从而解析几何、数学分析与高等代数融为一体。解析几何可以培养学生的空间想象能力, 并为高维数学问题提供比较直观的几何模型, 为学生后续学习微分几何、高等几何以及拓扑学等奠定基础。

解析几何为数学的应用提供了强大的工具, 帮助人们理解和解决各种实际问题。它的应用广泛涉及自然科学、建筑设计、工程技术和计算机科学、物理力学、天文学轨道计算等。例如, 人们在研究地球时, 往往将地球表面看作扁形旋转椭球面。为减小蒸汽对锅炉壁的冲击, 将锅炉设计成旋转椭球面的形状。电厂和水泥厂的冷却塔设计成旋转单面双曲面的形状^[2]。为使雷达和射电望远镜在收发电磁波时具有优良的性能, 天线设计成旋转抛物面的形状。马鞍型层盖排水流畅, 也适合光线、气流与声波的扩散, 此外由于层盖是直纹曲面, 具有极强的抗压能力。在科学技术迅猛发展的今天, 解析几何的教学模式已经无法满足新时期高质量人才的需求, 为此必须对其进行教学改革。对解析几何课程进行改革, 首先应明确解析几何在教学过程中存在的一些问题和教学现状。

一、教学过程中存在的问题

1. 内容复杂, 教学难度大

解析几何不仅涵盖了抽象和逻辑的代数知识, 而且还表现出了几何中生动形象和动态渐变的图形。解析几

何以逻辑思维和空间想象力为主, 内容繁杂, 其中部分内容穿插重复出现, 无法进行筛选, 这给教学带来一定的难度。解析几何要求学生应具有较强的逻辑思维能力和空间想象力。

2. 学生缺乏学习兴趣

学习一门课, 兴趣是最好的教师。教师采取“灌输式”的教学方法, 忽略了以学生为中心的教学观念, 学生被动接受知识, 靠做题在考试中取得高分, 从而忽视了最关键的数学思想的学习。在学习过程中, 学生感受不到探索未知领域的神秘感和成就感, 进而消磨掉了学生的好奇心与探索的兴趣。学生对前面基础知识没有很好地理解、掌握, 在后面课程的学习中, 学生很大可能会丧失学习的动机。

二、教学现状

1. 教学内容重复、难度大, 学生学习兴趣不高

在几何知识体系中, 学生学习解析几何需具备数学思维能力与相应的平面解析几何知识。解析几何是通过使用几何的方法来解决代数问题, 所以解析几何与高等代数的知识联系比较紧密, 这样学生理解起来就有一定的困难。

在解析几何的教学过程中, 授课教师制定的教学内容, 往往没有考虑到学生的数学基础, 教学内容要么与高中的教学内容重复, 要么就过于高深, 远远超出学生能理解的知识范围, 不能激发学生的学习兴趣, 培养学生学习的自信, 保证不了教学质量。

2. 数学思维得不到培养

由于解析几何课时的问题, 在解析几何的授课过程中, 授课教师根据教学考核标准上课, 详细讲解要考察的知识, 从而忽略了理论知识。这种教学方式, 使数学知识的连贯性和严谨性大大降低, 导致学生只看重考试结果, 死记硬背与考试相关的题目, 解析几何的知识得不到巩固和消化, 学生的数学思维能力得不到培养,

学生成为“考试机器人”，不能熟练的应用解析几何知识。

针对解析几何课程存在的问题以及教学现状，本文从以下几个方面阐述解析几何课程建设。

三、课程内容建设

1. 遵循主体性原则

授课教师要遵循主体性原则，尊重学生的学习需要，对学生指导时要突出学生的个性特点。教师在选择课程内容时需要做好预先设计，既要考虑学生的学习特点，也要关注不同学生的真实表现，使学生深入了解数学知识，体现学生的主体性，让学生实现数学素质的全面提升。

2. 遵循趣味性原则

在解析几何课程改革的过程中，教师应当提升课程内容的趣味性，采用充满趣味性的素材引发学生思考，从而提高学生解决问题的能力，让学生在充满趣味性学习活动的帮助下提高数学素质。

3. 遵循递进性原则

解析几何改革不是一蹴而就的，教师应遵循递进性原则，帮助学生适应课程内容改革，确保学生在接触和了解解析几何知识内容的同时，实现学习状态的及时调整。

4. 保持解析几何课程的基本知识结构

解析几何的基本概念、原理及内部的规律是解析几何的基本结构。布鲁纳认为学习的本质是主动地形成认知结构，它的核心是一套类别编码系统，学习是学生掌握基本结构的良好方法。知识结构的学习，既能加深知识的理解和记忆，又能促进知识的迁移。在解析几何教学内容改革过程中，要实现学生对所学知识真正意义上的理解与掌握，学生就必须理解和掌握解析几何的基本结构。

5. 增强数学思想方法体系的构建

布鲁纳提出教科书既要涵盖学科的知识结构，还要涵盖数学思想和数学方法。数学思想方法就是指把数学知识转化为数学能力的桥梁，数学思想方法的学习，是数学能力的形成与发展的根本^[3]。倘若学生能够掌握数学思想方法，那么他们的数学素养将会有很大的提升，同时为以后的学习打下了基础。学生的数学能力普遍较差的原因与数学思想方法素质不高有很大的关系，所以在解析几何课程中，要加强对对其思想方法体系的建设。

四、课程资源建设

1. 组建课程教学团队

课程建设并非某个教师的“单打独斗”，它需要多名教师一起建设，才能实现最佳的教学效果。通过构建解析几何的教学梯队，可以有效地进行教学研究和教学经验的交流，及时更新教学内容、教学方式，从而不断地提高解析几何课程的教学水平和教学质量。

2. 建设丰富的教学资源

教学资源质量的高低、内容丰富程度直接影响着教学效果。课程团队应结合解析几何教学大纲，一起制作ppt课件和学习资源，包含作业题库、考试题库等。

五、教学改革的措施

1. 注重现代化技术与传统教学的融合

授课教师在教学时应合理的使用现代化技术，使学生掌握使用现代化技术获取知识的方法。教师利用多媒体将一些概念和结论图形化、动态化，更好地展示几何图形的构造和特点，例如球面，锥面，柱面，旋转面等，基于曲面本身所具备的特性，运用几何画板等工具将其绘制出来，并将其动态地呈现出来。在直观的演示中，借助PowerPoint给出曲面、曲线方程、旋转轴、母线和准线等的概念，加深学生对课程内容的理解。这既可以激发学生的学习热情，又可以培养学生解决问题的能力。多媒体课件和数学软件的利用，可以使静止的几何图形“活”起来，避免了传统教学的弊端。

传统教学与现代教学深度融合，既要合理运用现代化技术满足教学和学习的需要，又要保留传统教学中优秀的方面。如在推导柱面和锥面方程的过程中，结合板书进行教学，严密的推理过程，更有利于提高学生的逻辑推理能力^[4]。

2. 选择知识体系严谨的教材

既要选择适当的教材，又不能完全的依赖教材。在授课过程中，根据实际情况，适当的删减或者增补教学内容，删掉中学已学过的内容，要注重与中学几何知识的衔接和过渡，推动学生思维的逐步发展，并且要加强对高等代数中行列式和线性方程组、相关线性组合等方面的教学，让学生能够把代数和几何联系起来，从而达到两门课程的同步提升。

3. 应当加强解析几何思想方法的传授

解析几何中的思想方法十分丰富，向量将代数与几何统一起来，促进了数学与物理学等学科的发展^[5]。在教学过程中，教师要解析几何思想方法贯穿进去，让学生对解析几何知识体系有一个整体的认识，这样学生的解题能力、推理能力得到提高，也可以激发学生浓厚的学习兴趣。

4. 注重探究式教学和数学思想方法渗透

探究式教学模式也称为“引导—发现”模式，即在授课教师的指导下，学生通过观察、思考、讨论等方式发现问题，形成新的认知结构。在解析几何教学中，教师应在学生探索过程中，去培养学生的思维能力与创造能力。在探索过程中，使学生体会数形结合、类比、化归等方法，从而加深学生对解析几何本质的认识。

5. 注重几何发展史，激发爱国热情

《墨经》描述圆为“圆，一中同长也”，基本上和欧几里德的说法是一样的，早与欧几里得100多年。

《周髀算经》就以记载着勾股定理。《九章算术》较为系统的总结和阐述了古代的几何学知识，其主要成果是计算平面几何图形的面积，计算各类立体图形的体积，并描述与运用了勾股形。在汉代，石刻中出现了类似直角三角形的图形。祖冲之和赵友钦计算圆周率的方法比欧洲早了1000多年，圆周率的计算结果更是精确到了小数点后7位^[6]。

6. 融入思政元素

很多学生认为数学枯燥乏味，如果在讲解数学时适当地引入数学史，不但可以激发学生的学习兴趣，还可以帮助学生建立正确的世界观、人生观、价值观。如在讲解矢量时，两个方向相反的矢量，可以代表两条完全不同的人生，人生要做出正确的选择。人生的选择，决定着人生的方向。在讲解椭球面的方程时，发现若 $a=b=c$ ，则椭球面变为球面，即球面是椭球面的一个特例，椭球面是球面的推广。这一现象揭示了由特殊到一般，再由一般到特殊的认识规律，揭示了“特殊与一般”的辩证关系。在数学学习中，对于公式、定理等的学习，通常都是先从特殊开始，然后再进行归纳总结，经过证明后，成为一般的结论，然后再将其应用到有关的数学问题上。

7. 合理使用多媒体与板书

解析几何课程即有抽象理论还有直观图形，因此需要授课教师合理使用多媒体与板书。对于解析几何中的图形，手绘图形不仅浪费时间还不能达到直观的效果，因此空间图形应使用PPT展示给学生，便于学生直观的理解。例如在讲解双曲面的大致形状时，需要利用平行平面的截面来研究曲面的图形。这时，授课教师应通过多媒体演示用平行于三个不同坐标面的平面来截双曲面所得到的平面曲线，通过这个动态过程来研究曲面图形形成的过程。对于逻辑性比较强的内容应使用黑板逐步推导和演算，如二次曲线的不变量时。

8. 加强学生的实践能力

随着科学科技的飞速发展，对大学本科教学提出了更高的要求，需要培养应用型创新人才。在课堂上，不能是授课教师一个人在那里讲，也要让学生参与其中，培养学生的实践能力，使理论与实践相结合。在教学过程中，老师可以根据实际情况，要求学生能够用数学软件画球面、环面、椭圆抛物面等立体图形，培养学生的实践能力。此外，也可以让学生做一些几何模型，例如，旋转椭球面、单叶双曲面等，以此来提高他们的动手能力和创造力。

解析几何是数学专业的基础课，为后续的微分几何、高等几何以及拓扑学等奠定基础。解析几何的教学改革对高校整体教学质量的提升等方面具有重要的借鉴意义，在解析几何课程教学过程中存在的问题、教学现状的基础上，制定科学合理的改革措施，全面发挥学生的积极主动性，提升教学质量，保证教学效果。当今社会，社会发展日新月异，新技术、新产业、新业态、新模式层出不穷。要培养高质量的综合型人才，必须破除传统陈旧的育人模式的局限性，坚持教育教学改革，与时俱进。

参考文献

- [1] 曾眺英. 高校解析几何教学改革创新的探索[J]. 科技风, 2021, (33): 89-91.
- [2] 曾辉. 浅谈解析几何课程建设[J]. 通化师范学院学报, 2015, 36(08): 77-79.
- [3] 贺志民, 王家军, 张香云. 独立学院高等数学课程体系建设与教学内容改革的研究[J]. 大学教育, 2012, 1(09): 96-98.
- [4] 蔡姗姗, 王俊杰. 边疆少数民族地区高校解析几何教学改革[J]. 高师理科学刊, 2020, 40(05): 80-83.
- [5] 孙爱慧, 何丹, 屈德宁等. 新形势下几何课程教学改革初探[J]. 吉林省教育学院学报, 2017, 33(04): 184-186.
- [6] 周坚, 王敏. 大学解析几何课程思政的教学改革与探讨——以数学与应用数学专业(师范)为例[J]. 科技资讯, 2021, 19(09): 144-147.

作者简介: 王佳慧, 硕士, 助教; 仇恒方, 硕士, 助教; 王敏, 硕士, 助教。

基金项目: 2022年度安徽省高校科学研究项目“平面几何不等式及其稳定性研究”(自然科学类)(编号2022AH052270)。