

# 数形结合思想在中学数学中的运用

申德志

苏州科技大学

**摘要:** 数学是一门特别的科目。学习数学需要良好的抽象思维和逻辑思维。学习数学不仅是记忆知识,还在于发现和掌握独特的方法。数字和图形是数学学习中两个常用的组件。当你遇到相关数学问题时只要将数字与图形结合起来,就可以快速而有效地解决问题。本文以高中数学教材为基础,运用相关例题体现了“数形结合”思想在中学教学中的重要地位和实际应用。本文重点介绍了如何运用数形结合思想解决集合问题、函数问题、不等式问题。最后,强调了数形结合在应用中要注意的问题以及培养学生数形结合思维能力的途径。正如华先生所说:“在数学教学中,没有什么比数形结合更好的方法了。”简而言之,合理运用数形结合可以提高课堂教学的质量并培养学生的思维能力,对高质量教育更好的实施有很大的促进作用。

**关键词:** 数形结合思想方; 中学数学; 运用策略

【DOI】10.12252/j.issn.2096-6288.2024.05.202

## 一、数形结合研究的背景及意义

### (一) 国内外研究现状

恩格斯曾说过:数学是研究现实世界中的数量关系与空间形式的一门科学。数学的思想方法是对数学知识的凝练,它具有总结性,普遍性,抽象性等特点。它是学生知识向能力转化的媒介。从高考的发展趋势来看,试题表明对学生数学能力的要求越来越高,这便要求同学们在更高层次上去理解数学,驾驭数学,于是这种重视数学思想的教学也越来越受到注重。

早在数学的萌芽时期,人们就已经在诸多方面将数与形联系起来,例如度量长度,面积,体积等。在国外,法国数学家笛卡尔借助坐标,将点与数,曲线与方程联系起来,从而创造了解析几何,于是解决了许多代数问题不可以解决的问题,在各方面具有广泛的运用。

“数形结合”的应用大体可以分为两种情景:以数解形和以形助数。以数解形是直接观察图形得不到结果,要通过代数来解决图形。以形助数是代数问题晦涩复杂,要用直观的几何图形来使问题形象化,简洁化。教导学生熟练的运用数形结合是当今中学数学教学的重中之重。

### (二) 问题研究的意义

在为期两个月的实习中,笔者发现这样一个现象,有的学生学习特别刻苦,上课的时候听讲很认真,笔记记得也是密密麻麻的,课下作业完成的非常好,有什么不明白的函数问题和几何问题都及时的请教,但是考试的时候成绩却不理想;还有另外一些学生,平时上课的时候也算是认真听讲,但是下课之后的作业完成得却不

尽人意,这些学生看着态度是极不认真,然而考试成绩却是很好。针对这一现象,本研究经过观察、思考、分析,得出了一些结论,认为造成这一现象的原因主要是学生是否真正的掌握了数学思想方法。而数形结合思想方法作为高中阶段的一个重要思想方法,其实质是将生动的几何图形与抽象的代数结合起来。它不仅在解题上有着强大的功能,在数学学习中更发挥着巨大作用。形的直观与数的精准相互补充,能优化解题方法,优化重难点,使学生易于理解。在之前选题时,本研究就想过这个题目是否太老,是否有研究的必要,但是本研究后来通过问卷调查的方式调查母校高三年级学生,发现大多数同学认为数形结合就是解题时画个图,用解析几何做代数问题等,这些回答都是以偏概全的。于是本研究认为在如今的中学教学中,数形结合思想被人们所轻视。本文主要通过研究数形结合在实际教学中的运用来使这个思想受到更多的重视,并且理性分析数形结合思想的优缺点,从而使同学提高自身的数学能力。

## 二、数形结合思想方法概述

### (一) 数形结合的思想方法

每个几何图形都包含一定的数量关系,同时数量关系也可以通过几何图形来生动表述。因此,在研究解决数学问题的方法时,用图形观察数字问题,并指出其几何含义;用数字去思考图形问题,分析其代数含义。将数量关系和空间形式巧妙的结合起来,并且利用这种结合去寻找解决问题的思路,本研究们称这种思想方法称为数形结合。

“数形结合”的应用大体可以分为两种情景:“以

数解形”和“以形助数”。以数解形是直接观察图形得不到结果，要通过代数来解决图形。以形助数是代数问题晦涩复杂，要用直观的几何图形来使问题形象化，简洁化。在实际应用中要注重两者之间的灵活转化。

### （二）数形结合思想方法的独特价值

通过数字与图形的结合，首先，本研究们对几何图形的性质有了更广泛，更深入的了解，研究对象也越来越广泛，方法也更加通用。其次，本研究们为代数题目提供了几何直觉，代数借助了几何直觉可以获得新的活力。例如：线性代数可以通过空间的概念和几何类比来丰富自身而迅速发展。“只要代数同几何分道扬镳，它们的进展就缓慢，它们的应用就狭窄，但是当这两门科学结合成伴侣时，它们就互相吸取新鲜的活力，从那以后，就以快速的步伐走向完善”。这是伟大数学家拉格朗日对数形结合思想的精辟论述，并充分证明了数形结合思想方法的独特价值。

### （三）数形结合思想在中学教学中的地位

数形结合思想在本研究国中学数学教学中一直具有重要的指导地位。首先，“数形结合”有利于学生从整体上理解知识。教师首先传授给学生基础知识，然后再要求学生掌握这些知识并且熟练运用。在整个教学过程中，数字与图形是相互补充的。例如：在研究函数的基本性质时，可以通过画出图像来进行研究。其次，“数形结合”对直觉思维的培养有着重要作用。在数学学习中，数与形是两个基本范畴，数与形的结合便成了完整的知识体系，而直觉思维正是知识体系的基础，丰富想象能力是直觉思维的重要部分，当本研究们面临不熟悉的问题时，不妨先凭借直觉思维进行猜测从而获得初步的论断。第三，数形结合思想有利于培养学生的发散思维能力。数形结合思想的培养有利于发散思维能力的培养，数形结合思想的培养有助于学生对学习内容的深刻理解并提高学生另辟蹊径，想出独特方法的能力。第四，“数形结合”的应用对培养学生的创造性思维能力也有很大的帮助。当前，国家十分重视素质教育，素质教育是教育发展的主流，具有创新思维的人才是国家培养的最终目标。在数学教学中，数形结合在启发思想，理解问题含义，分析和思考以及判断方面起着重要作用。数形结合还体现在中学数学的各个部分。为了培养学生形成数形结合的思维习惯，教师在教学过程中需要

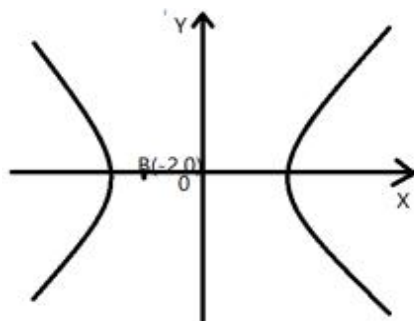
有意识的向学生渗透这种思想并且引导学生运用这种思想。在中学数学教学中，把数和形结合起来研究的方法贯穿始终。例如解不等式问题时通过画出不等号两边的函数图像从而进行求解；用数轴的全体或部分来表示定义域、值域；介绍函数方程式用图形与X轴的交点表示方程的根等。在中学教学中，数形结合已经成为重要的数学思想，在中学数学教学中具有很高的地位。

### 三、数形结合的局限性

数形结合就像一把双刃剑，有好的一面，自然有不好的一面，好的方面上面已经说过了，不好的方面本研究认为主要有以下三点：第一点：数形结合有时候会过度依赖图形，一旦图形画错，无论怎么分析都是徒劳，所以在碰到一些图形很难绘画的题目，不建议使用数形结合。第二点：解决题目是也不能过度依赖数形结合。在数形结合思想的运用的过程中，有些时候用数字运算计算量会很大，极其繁琐，而利用图形处理更加直观，简洁。于是有些同学便认为数形结合是万能的，什么题目都先画图，这样便束缚了思维。第三点：在数形结合的过程中，碰到复杂图形时往往要考虑许多细节问题，这便容易将本研究们困在图形的圈子里走不出去。并且在数形转化的过程中还要遵循等价性原则，两者的对应关系有时本研究们会考虑不周。

例：设  $a > 0$ ，求点  $A\left(a + \frac{2}{a}, a - \frac{2}{a}\right)$  与点  $B(-2, 0)$  之间距离的最小值

解：点  $A\left(a + \frac{2}{a}, a - \frac{2}{a}\right)$  的轨迹本研究们不难得出为  $x^2 - y^2 = 8$ ，如下图可知最小值为  $2\sqrt{2} - 2$ 。但其实是错误的，因为本研究们在判断  $A$  点轨迹时没由注意  $A$  点的横坐标恒大于0，忽视了变量范围，所以本研究们的图像其实只有右半部分。因此最小值其实为  $2\sqrt{2} + 2$ 。



#### 四、培养学生数形结合思维能力的途径

培养学生数形结合的能力,使学生更容易理解复杂抽象的数量关系,这不仅仅需要学生自觉主动地去培养这种思维能力和自主学习能力,还需要教师创新课堂,提高学生在课堂上的注意力,使学生更好的融入课堂,数学教师还应该创新多种教学方法,由单一到多元,提高学生在课堂上的注意力,调动学生学习的积极性,提高效率和教学质量。培养学生数形结合的思想,可以采取以下途径。

##### (一) 教师要注重数形结合思想的运用

数形结合不但可以使教师顺利完成课堂目标,还有利于提高学生的数学素养。因此,教师在数学中对数形结合思想的运用尤为重要。对于许多初中生来说,理解并应用数学知识是一个挑战。他们中的很多人会感到恐惧或反感这个科目。因此,为了实现创新教育的目标,本研究们必须首先打好坚实的基础。为此,本研究们可以通过引入富有创意的开场白来激发学生的兴趣,让他们更愿意投入到数学学习的探索之中;同时,本研究们要善于运用现有资源如设备和技术,采用多元化的教学方式以适应不同类型的学生;此外,本研究们需要把数学课程和生活实践相结合,以便更好地吸引学生参与;再者,挑选出那些贴近生活的例子和练习题,有助于强化学生的基本能力;最后,定期测试也是必要的,这能让本研究们了解学生是否真正掌握了基础知识,从而保证他们在日常生活中也能熟练使用这些知识。教师在培养学生数形结合能力的过程中发挥着不可或缺的作用。所以,教师应该重视数学和形状的结合思维方式在日常课堂中的运用。这不仅能提高上课效率,还可以增强学生的学习技巧,并培育他们分析问题解决问题的能力。

(二) 教师要引导学生运用数形结合的思想解决实际问题

虽然新教学模式强调了以学生为核心开展教导活动,但本研究们不能忽略教师的关键角色。因此,教师必须指导并协调学生的学习过程,以便让他们掌握实际的知识点。学生们拥有一定的日常经历,然而他们的目标是获取更多的社会文化体验,这意味着教师除了教授学科内容外,还需提供必要的指引。教师在引导学生运用数形结合思想解决实际问题是需要注意一些问题:首先,学生中存在着个体差异性,教师面对接受能力较弱

的同学不能急躁,要有充足的耐心引导学生;其次,引导不同学生解决实际问题是要注重因材施教,给不同层次的学生提供不同的解决方法;最后,教师引导时要灵活多变,不能刻板,要使学生可以触类旁通,举一反三对于中学阶段的学生来说,他们所掌握的思考技能主要来自于直接体验与间接经验,而非实际操作能力。因此,通过适当地引入实践环节到教学过程中,有助于让学生更加深入地领悟数学中的“数形结合”理念。比如,利用电脑来辅助理解三角函数概念就是一个很好的例子。同样,借助GGB软件,本研究们可以把这种方法应用于三角函数的学习上,从而加深学生的认识深度。因此,老师有必要更多地鼓励并指导学生参与实践性的活动。

##### 结语

在中学数学中,数形结合思想是最为重要的思想方法之一。教师在讲解知识时要渗透这种思想,并且还要引导学生运用数形结合的思想去解决问题。让学生充分感受到数形结合所蕴含的巨大能量。数形结合的思想应用十分广泛,由本文可知数形结合在解决集合问题,函数问题,不等式问题,数列问题以及向量问题中都有着重要的运用。但是同一数学内容中不一定只包含数形结合思想,有时将各种思想结合起来,效果反而会更好。本文重点介绍了数形结合的优缺点,希望读者可以从本文中感受到数形结合的奥妙以及乐趣,从而更加注重这一思想方法。

##### 参考文献

- [1] 刘会灵. 数形结合思想在中学数学教学中的应用[D]. 开封: 河南大学, 2014.
- [2] 刘桂玲. 数形结合思想方法在高中数学教学中的应用分析[J]. 中国校外教育旬刊, 2015(5): 106-106.
- [3] 李新秀. 数值分析中幂法的实践性教学研究[N]. 江苏第二师范学院学报, 2014-08-25.
- [4] 张艳. 数形结合思想在高中数学教学中的应用研究[J]. 中国校外教育, 2016, 576(31): 55-55.
- [5] 段志贵. 利用数形结合进行构造: 数学解题的突破[J]. 中学数学教学参考: 2010(11): 34-36.
- [6] 刘焕芬. 巧用数形结合思想解题[J]. 数学通报, 2005, 44(1): 42-44.

作者简介: 申德志(1999-), 男, 汉族, 江苏盐城人, 硕士, 数学解题方向。