

“一元二次函数、方程和不等式”的 单元整体教学案例研究

谷文霞

安徽省临泉田家炳实验中学

摘要: 单元整体教学以知识的大背景、大思路以及大框架为背景,实现对单元知识的整合,强化了知识的系统性与整体性,解决了传统教学中知识碎片化问题。单元整体教学能够将数学核心素养融入整体教学之中,对于培养学生数学核心素养同样具有重要意义。“一元二次函数、方程和不等式”是高中高一年段的重要内容,“一元二次函数、方程和不等式”的单元整体教学不仅能够更好地保障教学效果,而且有助于教学的创新,是深化教学改革的重要举措,同时也是培养学生核心素养的有效措施。基于此,本文在分析单元整体教学特征的基础上,探究单元整体教学策略。

关键词: 一元二次函数; 一元二次方程; 一元二次不等式; 单元整体教学

【DOI】10.12252/j.issn.2096-6288.2024.06.081

引言

数学教学不仅要注重知识的传授,同时还要注重培养学生的数学核心素养。“一元二次函数、方程和不等式”单元是高中数学必修一的预备知识,不仅与初中数学知识联系密切,而且是学生后续数学学习的基础。对于高中生而言,本单元内容的有效学习不仅有助于提升其认知水平,同时也能为接下来的学习树立信心。而为保证教学质量和效果,可以针对这部分内容开展单元整体教学。

一、单元整体教学的特征

单元整体教学中的“单元”是自为一体或自称系统的整体,在教学实践中,单元可以是教材中的教学单元,也可以是教师重构的教学单位。“整体”则是由存在相互联系的数学知识组成的整体,并不是数学知识的简单组合。单元整体教学是教师根据新课标要求,以促进学生全面发展为导向,有目的、有计划并且以单元为教学单位所开展的教学活动,相较于传统的课时教学,单元整体教学的特征主要表现在以下几个方面:

(一) 表层特征

传统教学以课时为教学基本单元,而单元整体教学的基本单元则为单元,这是单元整体教学的主要特征之一。教学设计要将单元整体作为设计对象,不再是按照单课时进行教学设计。其次单元整体教学以融合为基本教学理念。单元教学内容应以融合为指引,这种融合并不是教学内容的简单组合,而是教学内容之间的有机融合,包括数学知识的有机融合以及数学思想方法的有机融合。最后单元整体教学强调以学生为主体,注重学生的自主探究。单元整体教学则与现代教育理念相契合,

同样强调学生的主体性。单元整体教学过程中教师更多地发挥主导性作用,激发学生主动学习与自主探究。如在本单元教学中应先引导学生自主探究一元二次方程的解与其函数横坐标的关系等,然后再借助图像帮助学生直观了解相关知识,并加深理解与印象,最后再组织学生进行讨论交流,进一步加深探究和巩固所学,帮助学生在掌握知识的同时发展核心素养。

(二) 深层特征

单元整体教学的深层特征主要体现在“联结”与“转化”两个方面。其中“联结”是指将组成单元的相关内容组合成一个整体,以本单元为例,课后习题便是本单元知识“联结”的线索。教学中教师可以课后习题作为教学设计的线索,理清知识脉络,做好知识之间的“联结”,帮助学生构建完整的知识体系。“转化”即教材至教学的转化过程,教学中要从学生的已有知识经验出发,促进学生学习的迁移。

二、“一元二次函数、方程和不等式”单元整体教学案例

本文以“一元二次函数、方程和不等式”单元整体教学第一课为例。

(一) 教学内容解析

教材中本单元内容在“集合”之后“函数”之前,通过本章学习可以帮助学生克服后续函数内容学习的障碍,并且能够通过学习发展学生的直观想象素养。“一元二次函数、方程和不等式”单元整体教学第一课需要从方程与不等式统一于函数这一高观点出发,帮助学生探索方程与不等式的内涵等。

(二) 学情分析

在本章教学之前，学生经过初中阶段的学习以及对一次方程和不等式以及一次函数等方面的内容有所了解，因此可以为本单元整体教学奠定基础。

（三）教学目标

通过本单元整体教学帮助学生构建知识框架，发展学生数学素养，同时激发学生的学习积极性并树立数学学习的信心。

（四）重点难点

函数、方程以及不等式关系是本节课教学的重点，理解二次函数、方程和不等式的本质并在此基础上进行问题转化以及解决问题是教学的难点所在。

（五）教学过程

教学过程包括回顾、整合、提升、总结四个环节。

环节一：回顾

在回顾环节，首先引导学生回顾初中阶段所学的方程与函数，然后提问：“ $y=1$ 是方程还是函数？ x 等于一个常数可以表示为函数吗？”让学生画图并结合图像进行思考。学生回答之后教师再让学生思考小于3的自然数有哪些？然后引导学生思考方程、函数以及不等式之间的联系，由此引出本节课教学内容。

回顾环节中，在教师的引导下，学生回顾初中所学的与方程、函数以及不等式相关的内容，并在此基础上引出三者的练习性与整体性。整个回顾环节中充分体现了以学生为主体的教学原则，符合新课标要求。除此之外，教师引导学生通过动手画图的方式进行自主探究，有助于调动学生的学习积极性，增强了教学过程中师生之间的互动。利用“ $y=1$ 是方程还是函数”等问题帮助学生进一步巩固所学，同时培养学生数形结合思想，有助于学生直观想象素养的发展。

环节二：整合

让学生想一想自己最早是在几年级开始接触不等式与方程的。在学生回答之后教师可以向其阐述其实在数学学习过程中同学们很早便已经开始接触不等式了，如小学阶段“比大小”中便已经渗透了不等式，再比如小学五年级的数学学习中便已经开始接触简易方程。然后向学生出示两个案例：“某段路限速每小时60千米”、“它的全部加上它的七分之一，和等一十九”。借助这两个问题引导学生自主探究，运用数学符号将其表示出来。第一个问题可以用 $v \leq 60 \text{ km/h}$ 来表示，第二个问题可以用 $x + x/7 = 19$ 来表示，结合算式不难看出前者属于不等式，后者属于等式。前者是为了刻画不等关系而存在，后者是为了刻画相等关系而存在。在此基础上教师

再引导学生探究等式的性质，并结合等式性质探究不等式的性质，即如果 $a > b$ ，那么 $b < a$ ；如果 $a > b$ ， $b > c$ 那么 $a > c$ ；如果 $a > b$ ，那么 $a + c > b + c$ 。在课堂上带领学生探究上述三个不等式的性质，并引导学生利用课余时间继续探究不等式的其他性质。

初中阶段学生已经学会从一次函数角度解决一次方程与一次不等式的方法，在此基础上引导学生思考是否可以从二次函数角度去看待一元二次方程与一元二次不等式。为学生出示例题“应用栅栏围成一个矩形花园，栅栏长度为24米，花园面积为20平方米，此时花园的边长是多少？如果花园的面积大于20平方米应该如何确定花园的边长？”学生通过思考可以分别列出方程与不等式，即“ $x^2 - 12x + 20 = 0$ ”与“ $x^2 - 12x + 20 < 0$ ”。之后教师再引导学生尝试从一元二次函数的角度解决问题，首先画出 $y = x^2 - 12x + 20$ 的图像，让学生观察图像并说一说能够从图像中发现什么？二次函数图像与 x 轴有几个交点， x 轴被图像分成几段？探索图像与方程、不等式之间有哪些关联。

教学过程中，教师首先通过提问引导学生回顾以往所学的相关知识，将比大小、简易方程、函数、方程、不等式、二次函数、一元二次方程以及一元二次不等式等数学知识串联起来，纵向上增强了数学知识之间的联系，帮助学生构建完整的知识体系，形成知识框架。其次教师通过数形结合的方式带领学生加深对数学的感知，促进学生直观想象素养的发展，最终帮助学生认识到函数是方程与不等式的统一。整个教学过程中，教师不仅引导学生积极思考，而且为学生创造了更多独立思考的机会与空间，并鼓励学生大胆质疑，让学生在探究过程中加深理解，掌握知识，强化学生数学学习的自信，并在数学学习过程中感受到成功的喜悦。

环节三：提升

为学生出示例题“ x 的不等式 $x^2 + bx + c < 0$ 的解集为 $(-1, 3)$ ，求实数 b 、 c 的值。”引导学生探索解题方法。结合题目给出的条件， -1 与 3 是二次方程 $x^2 + bx + c = 0$ 的两个根，将其代入方程便能得到两个等式，解出 $b = -2$ 以及 $c = -3$ 。在此基础上再引导学生探索其他的解题方法，如根据韦达定理解题等。最后再由教师总结：“不等式的解集便是函数图像在 x 轴下方时，所对应的 x 的取值范围，所以 -1 与 3 既是图像与 x 轴交点的横坐标，也是方程的两个根。”

结合例题引导学生深入思考，让学生从不同的角度探索解题方法，进一步加深对相关知识内在联系的认

识，并锻炼学生应用数学知识解决问题的能力。

环节四：总结

引导学生回顾本节课所学内容，说一说自己都有哪些收获，掌握了什么数学方法等。最后由教师进行总结：“通过这节课的学习，我们重新梳理了与函数、方程和不等式相关的内容，包括小学以及初中所需的内容，由此可见知识是不断递进的，但知识的本质是不变的，数学思想方法是共通的。”

引导学生回顾本节课数学内容，使学生进一步加深对教学内容的理解与印象。同时通过教师的总结，将本单元的大背景、大框架呈现在学生面前，帮助学生发展直观想象素养。

三、“一元二次函数、方程和不等式”单元整体教学效果分析

在本单元整体教学过程中，教师在教学的同时积极渗透直观想象核心素养，在帮助学生实现高效学习、深度学习的同时促进学生数学核心素养的发展，尤其是促进学生直观想象水平的提升。在整个教学过程中教师引导学生积极参与课堂，让学生在主动思考、自主探究的过程中完成知识的构建，充分体现了学生的主体性。整个教学过程中学生均表现出了较高的积极性与主动性，并在主动学习和自主探究过程中获得了积极的情感态度体验。整体来讲，本单元整体教学达到了预期效果。

四、单元整体教学的建议

（一）深挖单元的大背景

单元的大背景是开展单元整体教学的基础，大背景可以看作是单元整体教学的指导和规范，是高质量单元整体教学的关键和基础，有意义的大背景可以为单元整体教学提供有力支持，是提升教学效果的重要保障。在本单元教学过程中，涉及的单元大背景即新课标相关要求以及直观想象素养培养，结合这样的单元背景，在教学设计与教学实施过程中有意识地将教学内容与直观想象相结合，既能更好地保障教学效果，也有助于学生直观想象素养的发展。

（二）明确单元大问题

明确单元大问题才能找准教学的重点，才能确立科学的教学目标。以“一元二次函数、方程和不等式”为例，单元大问题即函数和方程思想，这一大问题贯穿于小学、初中、高中数学。明确单元大问题能够增强数学知识的竖向联系，帮助学生构建更加完善的知识体系。因此单元整体教学要明确单元大问题，让单元整体教学有的放矢，提升单元整体教学的针对性与有效性，帮助

学生实现高效学习与深度学习。

（三）建立单元大框架

建立单元大框架能够明确教学范围与提升教学的整体性，帮助学生建立完善的认知结构，有助于发展学生的直观想象，并促进数学知识与方法的迁移，使学生的学习取得事半功倍的效果。如本单元的单元大框架即以单元知识为原型拓展并融入直观想象素养。单元整体教学过程中要注重建立单元大框架，并在单元大框架下进行教学设计和实施教学，将单元知识纳入单元大框架范围之内，在保证教学内容完整性的同时提升教学的系统性和有效性。

结语

新课标强调高中数学教学要注重发展学生的数学核心素养，同时还要注重整体性教学。单元整体教学即增强了数学知识之间的联系，强化了教学的整体性，同时也有助于发展学生的核心素养，因此开展单元整体教学是践行新课标要求以及提升教学质量和效果的重要措施。本文以“一元二次函数、方程和不等式”为例，介绍了单元整体教学过程与效果，并就单元整体教学提出建议，希望能够为教学实践提供一定的参考。

参考文献

- [1]徐琳.在“三个理解”的基础上实施单元课时教学——以“一元二次函数、方程与不等式”为例[J].数学教学通讯,2023,(33):38-40.
- [2]曹捍东,殷木森.用联系与发展的观点看单元整体教学设计——以人教A版“二次函数与一元二次方程、不等式”为例[J].中学数学教学参考,2023,(28):21-24.
- [3]唐剑,杨乐乐,黄如琳.基于数学核心素养的教学目标结构转变思考——以“二次函数与一元二次方程、不等式”教学为例[J].中学数学,2022,(19):8-10+16.
- [4]李平香,黄勇.单元整体视角下“数学思想方法”的教学——以《二次函数与一元二次方程、不等式》为例[J].福建基础教育研究,2022,(05):62-66.
- [5]张琦,郭文华,胡慧慧.初高中内容衔接视角下的数学核心素养培养策略——以“二次函数与一元二次方程、不等式”的教学为例[J].中小学数学(高中版),2021,(12):11-15.