探析逆向思维在高中数学解题教学中的有效应用

杨婷
江西省赣州市赣县区赣县中学西校区

摘　要：高中数学问题解决涉及证明、计算、推理等多种方法，在运用常规思想解答部分问题时可能会出现计算量较大或难于找到正确解题思路的问题，而逆向思维的有效应用刚好可以弥补这样的缺陷，帮助学生快速找到解决问题的关键及正确的解题方法。基于此，本文分析了逆向思维在高中数学解题教学中的应用价值与适用标准，以及高中数学解题教学现状，提出了逆向思维在高中数学解题教学中的有效应用策略，以培养学生的逆向思维能力。

关键词：逆向思维；高中数学；解题教学；有效应用
【DOI】10.12252/j.issn.2096-6288.2025.02.216

引言

逆向思维在高中数学解题中的应用，即运用已知条件进行正向思考的常规解题过程的逆过程，这种思维可以被应用于各种类型数学问题的求解中，为问题解答提供了一种相对新颖和更加高效的方式，有助于学生思维能力的培养。在高中数学解题教学中，引导学生运用逆向思维解决问题，不仅可以提高解题效率，更重要的是对于学生逻辑思维和想象能力的培养具有重要意义，利于使学生跳出思维定式，以灵活的思维方式解决复杂的问题。

一、逆向思维在高中数学解题教学中的应用价值与适用标准

（一）应用价值

1. 降低数学解题难度

部分高中数学题目的复杂程度较高，对学生而言，利用有限的已知条件求解这类问题是一个挑战，对学生的抽象思考和创造性思维能力具有较高的要求。导致学生常常难以找到问题求解方法。而利用逆向思维顺着问题进行逆向思考，则有一种环环相扣的效应，学生只需抓住已知问题这个关键线索进行逐步思考，在此过程中不涉及高难度的创造性过程，从而显著降低问题的求解难度。比如，可以运用逆向分析法解答证明题，若推导过程中某个步骤无法继续进行就说明假设不成立，否则便说明命题成立。

2. 提高数学解题效率

应用逆向思维求解数学问题，可以使解题思路更加灵活，打破正向求解的常规解题模式，帮助学生更好地理解难题并快速找到求解方法，从而丰富解题丰富，提高解题效率。并且，逆向思维的应用可以不受题型的限制，公式和定义等数学知识点都可以作为逆向思考的重要依据。此外，运用逆向思维可以明显简化部分问题的求解过程，比如在选择和填空等不需要给出具体计算过程的题型中，运用基于逆向思维的排除法，有时可以更快地获得正确答案，减少问题的求解时间[1]。因此，逆向思维的应用可以提高数学解题效率。

3. 培养学生思维能力

在传统教学模式中，教师会直接总结各类问题的固定解决思路，让学生依葫芦画瓢进行复杂数学问题的求解，在此过程中对正确结果的关注度明显超过了对学生思维能力培养的重视。而引导学生运用逆向思维解决问题，有助于学生以反向思考方式逐渐深入地探究问题的本质，可以促进学生想象力和发散思维的发展，这是创造性思维培养的必要基础。此外，数学学习对学生的抽象思维具有较高要求，逆向思维的应用可以有效地锻炼学生的逻辑思维能力，使学生从多角度和层次分析问题，从而形成良好的数学思维。

（二）适用标准

1. 问题正解情况复杂

在正向解题过程中，部分数学问题的解法可能会存在多种可能性，情况较为复杂，难以快速理清思路，若逐一进行论述可能存在表述不清的问题，导致问题求解存在较大障碍。而应用逆向思维从不可能性角度思考问题的错误答案，则可以将问题转化为另外一种形式，简化问题及其求解方式。比如，有 7 种颜色的球和对应颜色的 7 个布袋，将每个布袋中均放入一个球，问至少有 2 个球与布袋颜色相对应的放法，此时便可采用逆向思维使用所有可能性放法的总数去掉只有一个球与布袋颜色匹配的放法，如此一来即可快速得到正确答案，显著提高解题效率。

2. 问题具有逆向特点

在数学学科中经常存在着这样一类问题，即根据已知结果反向求解未知的要素原型或者其中的某一个参数等，无论从形式上还是本质上看，这本身都是一个带有明显逆向结构特点的数学问题。毫无疑问，这类问题的求解过程必然是逆向求解过程，使逆向思维的应用显得更加顺理成章，这也就决定了在求解问题需要使用逆向思维。因此，这类问题的求解与逆向思维的应用具有高度关联，教师应在此类解题教学中着重加强对学生逆向思维的培养和锻炼。

3. 存在性问题的推理

存在性问题，即肯定命题和否定命题的证明求解过程。对于这类问题，常常会根据原命题的否命题进行推导证明，由否命题的成立证明原命题是不成立的，或者由否命题的成立证明原命题的正确性[2]。这种逆向思维运用方式也被称为反证法，是这类命题式问题求解中最常用的求解思路。因此，逆向思维适用于存在性问题的求解过程中，高中数学教师应以这类问题为载体加强对学生逆向思维能力的培养，使学生认识到逆向思考的重要性并学会从反方向看待和分析问题。

二、高中数学解题教学存在的问题

（一）解题教学缺乏灵活性

以常规解题方法与反复训练相结合的方式通常较为抽象和枯燥，使学生为了做题而做题，成为问题解答的工具人，随着数学课程学习愈发深入，学生的数学学习兴趣就会进一步降低，这种教学模式显然滞后于时代发展步伐，不符合时代对人才培养提出的要求。这导致学生的思维模式呈现出固化性特点，而没有在问题求解过程中呈现出发散性发展趋势，长此以往，学生将会失去创新意识和创造性解决问题的能力。因此，解题教学模式固化是当前高中数学教学中存在的一个重要问题，对学生思维能力的培养极为不利。

（二）教师教学理念的落后

目前，高中数学解题教学存在的一个普遍性问题就是没有将“教”与“学”相关联，课堂教学以教师为主导且师生互动较少，学生的主体地位被忽视，教师未能引导学生全面参与到课堂学习活动中。在此过程中，学生的思维和感受被忽略，难以产生创意性想法。归根结底是由于教师教学理念的落后导致学生缺乏自主学习和独立思考空间，学生的主体作用未得到充分发挥，思维培养目标难以落实，久而久之学生对也会失去对自身思维能力的培养意识。

（三）对逆向思维缺乏重视

高中数学课程内容较为复杂，要求学生形成以抽象和逻辑思维为主的高阶思维模式，这也使高中数学教师普遍更重视学生抽象与逻辑思维的培养，逆向思维培养则被边缘化。虽然在部分题型的解题过程中会有所涉及，但是教师并未强调逆向思维的概念及其在实际问题解决中的重要性，导致逆向思维仅仅是解题中的一个辅助工具，而没有被视为学生应该具备的一项关键能力[3]。这反映出了教师对学生逆向思维培养缺乏充分认知，不利于学生思维能力的全面发展。

三、逆向思维在高中数学解题教学中的有效应用策略

（一）数学公式的逆用

在大部分数学问题的求解过程中，公式都是必不可少的，且公式通常具有可逆性质，公式的逆用有时恰恰是解决问题的最佳方法。由于惯性思维，学生一般习惯从左至右正向套用公式，对于公式的逆用和变形方法则缺少关注。在高中数学教学中，教师应合理筛选数学问题，多选用使用可逆数学公式进行求解的习题，这样既可以同步巩固公式的正用和逆用方法，又有助于锻炼学生的逆向思维，使学生学会以更加灵活的方式寻求问题解答思路，而不是拘泥于常规的解题套路。

例如，在“等比数列的前 n 项和”的解题教学中，教师可以按照逆向运用公式的思维设计不等式证明的数学练习题，如已知 $0<a<1/2$，求证：$1/(a-2a^2)>1/a+8a^2$。对于这道题，如果以正向思维求解是很困难的，计算量会非常大，而逆用等比数列求和公式则可进行快速求解，同时有助于学生进一步熟悉等比数列的求和公式。证明过程如下：因为 $0<a<1/2$，所以 $0<2a<1$，所以 $1/(1-2a)=1+2a+4a^2+8a^3+...>1+8a^3$，所以 $1/(1-2a)>1+8a^3$，两边同时除以 a 可得 $1/(a-2a^2)>1/a+8a^2$。由此可见，数学公式的逆用可以显著提高数学题的求解效率，尤其在证明题中具有良好的应用效果。

（二）定理定义的逆用

高中数学的定理和定义内容较多，且大多具有可逆性，在数学解题中逆用定理和定义，可以加深学生对抽象数学知识的理解与掌握，使学生以灵活多变的方式复习和巩固概念性知识，相较于死记硬背，这通常具有更好的记忆效果。因此高中数学教师应在解题教学中加强对可逆定理与定义的应用，以拓宽学生的视野，使其进一步熟悉定理与定义的可逆特征及具体的应用方法，同时有助于激发学生的创新意识，培养其创造性能力，从而提高其问题解决能力和知识掌握能力[4]。

例如，在“余弦定理”的解题教学中，教师可以设计如下习题：在△ABC 中，已知 $a=5$，$b=4$，$C=120°$，求角 A 和角 B 的大小。解题过程如下：由余弦定理可得 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C=41$，$c=\sqrt{41}$，通过逆用余弦定理可得 $\cos A=(b^2+c^2-a^2)2bc=\sqrt{41}/41$、$\cos B=(a^2+c^2-b^2)/2ac=\sqrt{41}/41$，因为角 A 和 B 介于 0° 与 180° 之间，且 $\cos A=\cos B$，所以 $\angle A=\angle B=60°$。对于三角形类问题，余弦定理的逆用可以帮助学生以良好的逻辑思维高效解决复杂的数学问题，从不同的角度理解余弦定理及其作用，与传统的正向解题方式相比，这种方法更为直观简单。

（三）运算法则的逆用

有时使用逆向思维解答数学题会使运算过程更加简单，显著减少计算量。在解题教学中，教师应通过一题多解方式让学生尝试使用多种不同的解题方法计算出准确结果，这样良好的数学学习习惯可以有效锻炼学生的思维能力。特别是当面对无法用正向思维解决的问题时，

运算法则的逆用显得尤为重要，教师应鼓励学生以逆向思维对问题进行思考和探究，从而通过可逆运算提高学生的运算能力。

例如，在“对数函数”解题教学中，对数函数的运算法则是可以逆用的，包括和的对数 $\log_a M+\log_a N=\log_a(MN)$，逆用方式为若 $\log_a(MN)$ 的数值已知，则可以得出 $\log_a M$ 和 $\log_a N$ 的值；差的对数 $\log_a M-\log_a N=\log_a(M/N)$，逆用方式为若 $\log_a(M/N)$ 的数值已知，则可以得出 $\log_a M$ 和 $\log_a N$ 的值；幂的对数 $\log_a M^n=n\log_a M$，逆用方式为若 $n\log_a M$ 的数值已知，则可以得出 $\log_a M^n$ 的值。这类逆运算在求解公式中 M 和 N 的数值时具有重要作用，因此有必要掌握其逆运算方法。

（四）解题规律的逆用

在高中数学中存在一类规律性问题，即能够表征和放映某一类事物的一般规律与共性特征的问题，可以帮助个体更好地认识事物的发生与演变过程。在以往解题教学中，通常是给出具体问题让学生总结出其中蕴含的规律，教学模式循规蹈矩、缺乏创新，为改变现状，使学生更好地掌握一般性规律同时能够进行灵活运用，教师应重视这类规律的逆向应用，打破传统的教学模式和思维定式，让学生运用一般性规律逆推出问题的演变过程，以培养学生的高阶思维模式。

例如，在“函数的单调性”教学中，可以逆用其单调性性质求解最值问题，如已知对于任意的 $x\in R$，函数 $f(x)$ 为单调递减函数，$f(1)=-2/3$，求解 $f(x)$ 在 $[-3,3]$ 上的最大值和最小值。解题过程如下：因为 $f(x)$ 是 R 上的单调递减函数，所以 $f(x)$ 在 $[-3,3]$ 上也是递减函数，所以 $f(x)$ 在 $[-3,3]$ 上的最大值和最小值分别为 $f(-3)$ 和 $f(3)$，又因为 $f(3)=3f(1)=-2$，$f(-3)=-f(3)=2$，所以 $f(x)$ 在 $[-3,3]$ 上的最大值和最小值分别为 2 与 -2. 在此类问题中，最值的求解是以函数的单调性规律为基础的，由此可见一般性数学规律的逆用是解决特定数学问题的关键所在。

（五）命题推理的逆用

存在性问题中通常蕴含着丰富的数学思想，依赖于猜测和探究手段获得答案，这通常对学生的知识基础和思维能力具有较高要求。这类问题一般可分为肯定与否定两类，即命题与否命题，根据以往的实践经验可知，否定命题的证明通常需要采用基于逆向思维的反证法进行解答。因此，在高中数学解题教学中，教师应重视否定类存在性问题的求解，引导学生恰当运用逆向思维分析命题成立的可能性，这既可以快速解决数学问题，又可以使学生感知逆向思维的存在价值[5]。

例如，在“不等式”的解题教学中，针对这类证明题可以使用反证法求解，即以反向思维进行证明推导：假如 $a>b>0$，则 $\sqrt{a}>\sqrt{b}$。证明过程如下：假设 $\sqrt{a}>\sqrt{b}$ 不成立，则 $\sqrt{a}\leqslant\sqrt{b}$；如果 $\sqrt{a}=\sqrt{b}$，则 $a=b$，与已知信息 $a>b$ 矛盾；如果 $\sqrt{a}<\sqrt{b}$，则 $a<b$，与已知信息 $a>b$ 矛盾。故假设不成立，结论 $\sqrt{a}>\sqrt{b}$ 成立。反证法是数学证明题中常用的一类方法，这种将否定型假设作为已知推理条件的证明方法，正是从结论的反方向进行论证，其逆向思维的应用是符合逻辑的。

（六）排除方法的逆用

作为数学试卷中的基础题型，选择题通常要求学生利用较短的时间快速确定答案选项，同时保持较高的准确率，这使排除法成为部分正向求解较为繁琐的数学问题的解决方法，学生只需快速排除错误答案便可获得正确选项，从而显著提高选择题的做题效率。因此，高中数学教师应注重引导学生使用排除法求解部分数学题，以逆向排除的方式淘汰错误选项，从而形成灵活的解题思路，掌握更多的解题技巧。

例如，在“集合”的解题教学中，对于选择题：已知集合 $M=\{x\,|\,|x-1|\leqslant 2, x\in R\}$，$P=\{x\,|\,\frac{5}{x+1}\geqslant 1, x\in Z\}$，则 $M\cap P$ 等于（），各选项A为 $\{x|0<x\leqslant 3, x\in Z\}$，B为 $\{x|0\leqslant x\leqslant 3, x\in Z\}$，C为 $\{x|-1\leqslant x\leqslant 0, x\in Z\}$，D为 $\{x|-1\leqslant x<0, x\in Z\}$。若是直接求解则非常复杂，此时便可运用排除法：代入特殊值 0，可排除不符合选项 A 和 D，再带入值 -1 可排除不符合选项C，由此可得正确选项B。很显然，排除法的应用使这类复杂选择题的求解瞬间变得非常简单，省去了不必要的繁琐求解过程，这种灵活可变的做题方法可以有效锻炼学生举一反三的能力，有助于其思维能力的培养和锻炼。

结语

综上所述，逆向思维在高中数学解题中的有效应用，可以拓宽问题的解决思路，尤其是在某些特殊情况下还能快速提高解题速率，节省更多的时间。高中数学教师应对逆向思维的应用价值有一个充分的认知，结合当前实际学情和教学现状，鼓励和引导学生尝试运用多元化逆向思维方法求解数学题，以帮助学生在最短时间内快速获得问题答案，并促进自身思维能力的全面发展。

参考文献

[1] 李明华 . 逆向思维在高中数学解题中的应用研究 [J]. 智力 ,2024,(15):56-59.

[2] 张玮萍 . 高中数学解题教学中证明题的解题方法及应用探讨 [J]. 数理天地（高中版）,2024,(09):95-97.

[3] 宋玉芳 . 逆向思维在高中数学解题教学中的应用策略 [J]. 数学学习与研究 ,2024,(10):56-58.

[4] 徐洁 . 逆向思维在高中数学解题教学中的应用 [J]. 中学数学 ,2022,(11):67-68.

[5] 杨效先 . 例谈逆向思维在高中数学解题中的应用 [J]. 中学生理科应试 ,2022,(02):5-6.