

高中数学教学中培养数学思维能力的有效途径

——以《三角函数》单元为例

贾娜娜

曲阜市第一中学

摘要: 高中数学教育, 是作为培养学生的逻辑思维、抽象思维及解决问题能力的重要阶段, 承担着举足轻重的责任。三角函数作为高中数学的核心内容之一, 不仅具有广泛的应用价值, 更是培养其学生数学思维能力的重要载体。本文旨在探讨在高中数学教学中, 如何以《三角函数》单元为切入点, 通过有效的教学策略, 来激发学生的数学学习兴趣, 培养其数学思维能力。

关键词: 高中数学; 数学思维能力; 培养; 《三角函数》单元

【DOI】10.12252/j.issn.2096-6288.2025.03.094

引言

随着教育的不断深入, 高中数学教学逐渐从知识的传授转向能力的培养, 尤其是数学思维能力的培养成为教学的重要目标。本文以《三角函数》单元为例, 探索在高中数学教学中培养数学思维能力的有效途径, 旨在为学生提供更加灵活、多元的学习方式, 锻炼与提升学生的数学思维, 促进其数学素养的全面提升。

一、高中数学教学中培养数学思维能力的重要性

(一) 数学思维能力是理解三角函数概念的基础

数学思维能力是指学生在解决数学问题时能灵活运用逻辑思维、抽象思维及归纳思维等多种思维方式的能力。特别是当学习三角函数, 如正弦、余弦、正切等函数时, 根据以往的教学经验, 教师会发现, 这部分知识教学难度较高, 学生会遇到一系列抽象的概念、性质及其图像变换。若缺乏数学思维能力, 学生往往只能依靠死记硬背, 难以真正领悟这些知识的精髓, 从而不能灵活运用。

通过积极培养学生的数学思维能力, 教师可以由浅及深慢慢地引导学生深入地理解三角函数的概念和性质, 而不仅仅是停留在表面的记忆层面, 能够提升学生的数学素养, 还能帮助他们更好地掌握和运用三角函数的知识。

(二) 数学思维能力有助于解决三角函数应用问题

三角函数在实际生活中有着广泛的应用, 如物理学中的振动和波动、工程学中的结构分析、地理学中的经纬度计算等都会用到。在解决这些实际问题时, 学生需要运用数学思维能力, 将实际问题转化为三角函数问题, 并通过计算和分析得出解决方案。

正弦和余弦函数作为三角函数的重要组成部分, 在解决生活实际周期性变化位置关系中发挥着重要的作用。以学生熟悉的摩天轮圆周运动为例, 需要学生明确和解决的问题是乘客与地面的相对高度, 以及乘客在摩天轮上的具体位置(如相对于最低点的高度差)。解决这样的问题, 合理运用正弦函数解题, 可以快速得出乘客在垂直方向上的位移。在解决摩天轮圆周运动问题过程中, 学生不仅需要思考分析和数学运算, 还需要将实际问题抽象和转化为数学模型和三角函数问题, 灵活运用三角函数知识来求解问题, 在培养与提升学生数学思维能力的基础上, 可以有效提高学生应用三角函数解决实际问题的能力, 落实培养学生核心素养的教学目标。

(三) 数学思维能力促进三角函数学习的迁移与拓展

数学思维能力不仅有助于学生掌握三角函数本身的知识, 还能促进学生的知识迁移与拓展。在学习三角函数的过程中, 学生会接触到许多新的概念和方法, 如函数的周期性、图像的平移和伸缩等。例如, 在学习余弦定理时, 学生可以将正弦函数的性质应用到余弦定理的证明中, 从而加深对三角函数性质的理解, 学生还可以将三角函数的知识拓展到复数领域, 学习复数三角函数的概念和性质。这种迁移与拓展不仅丰富了学生的数学知识体系, 还提高了学生的数学思维能力。

二、高中数学教学中培养数学思维能力的有效途径

(一) 采用探究式学习, 培养主动思维

探究式学习强调学生在教师的引导下, 通过自主探索、合作交流等方式获取知识^[2]。例如: 在教学《角度制与弧度制的互化》时, 教师首先复习角度制的相关知

识, 询问学生角度值的定义是什么。学生经过思考后回答, 把圆周角平均分成 360 份, 其中一份所对应的圆心角是 1 度, 这种用角度来度量角的制度叫作角度制。教师接着提问: “那么我们还有没有其他的方法来度量角的大小呢?” 学生都摇头表示不清楚, 这时教师引出本节课的主题——弧度制以及角度制与弧度制之间的换算。

接着教师给出弧度制的定义, 即长度等于半径的圆弧所对应的圆心角叫作 1 弧度的角, 弧度可以用字母 rad 来表示。然后, 教师引导学生思考: “圆周角等于多少弧度呢?” 学生利用之前学习的圆的周长公式 $C = 2\pi r$, 结合弧度制的定义, 得出圆周角等于 2π 弧度, 即 $360^\circ = 2\pi \text{ rad}$ 。

学生分组讨论, 尝试将 360° 化为弧度制, 并推导出 1° 等于多少弧度, 通过自主探究和小组讨论, 学生不仅能掌握角度制与弧度制之间的换算方法, 还有利于培养学生主动思考和合作解决问题的能力。这种教学方式能够帮助学生更好地理解抽象的数学概念, 提高他们的思维能力和想象力。

(二) 强化概念辨析, 提升逻辑思维

三角函数概念众多, 且相互之间存在紧密联系, 在教学过程中, 教师应注重概念辨析, 通过对比、归纳等方式, 帮助学生明确各个概念之间的区别和联系, 提升他们的逻辑思维能力^[3]。

例如: 在教学《正弦函数的图像与性质》时教师可以借助图形对比的方式来强化正弦函数图像的概念辨析。在黑板上或利用多媒体工具, 教师可以展示正弦函数在不同区间内的图像, 学生可以通过观察图像, 发现正弦函数图像的周期性和对称性, 从而加深对正弦函数图像的理解。

在引导学生深入理解正弦函数图像的基础上, 教师可以进一步通过公式推导来强化正弦函数性质的概念辨析。教师可以给出正弦函数的定义式, 并引导学生推导出其周期、振幅、相位等性质。例如, 教师可以提问: “正弦函数的周期是如何通过公式推导出来的?” 学生可以通过回顾正弦函数的定义式, 结合图形观察, 推导出正弦函数的周期公式, 并理解其背后的数学原理。

为了提升学生的逻辑思维能力, 教师还可以设计一些辨析题或证明题, 让学生进一步巩固所学概念。例如, 可以让学生证明正弦函数图像的对称性, 或者辨析正弦函数与余弦函数之间的关系。通过这些问题, 学生可以

运用所学知识进行逻辑推理和证明, 从而培养他们的逻辑思维能力和问题解决能力。此外, 教师还可以利用信息技术手段来辅助教学, 如利用数学软件或在线教育资源来展示正弦函数的动态图像和性质。这种直观的教学方式能够帮助学生更好地理解抽象的数学概念, 提高他们的空间思维能力和想象力。

(三) 注重图像分析, 培养空间思维

在教学过程中, 教师应注重其图像分析, 引导学生来通过观察、分析三角函数图像, 理解函数的周期性、对称性、单调性等性质, 从而培养他们的空间思维能力^[4]。

例如: 在教学《余弦函数的图像与性质》时, 余弦函数作为三角函数的重要组成部分, 其图像与性质的理解对于掌握整个三角函数体系至关重要, 教师应首先确保学生对余弦函数的基本概念有清晰的认识, 从而并引导他们回顾正弦函数图像的相关知识, 为学习余弦函数图像与性质打下坚实的基础。接下来, 教师可以通过多媒体展示或黑板绘制的方式, 向学生呈现余弦函数的图像。在展示过程中, 教师应注重引导学生观察图像的形状、周期、振幅等特征, 并鼓励他们尝试用自己的语言来描述这些特征。例如, 教师可以提问: “余弦函数的图像与正弦函数的图像有哪些相似之处和不同之处?” 学生可以通过观察图像, 发现余弦函数图像也具有周期性, 但其波形与正弦函数图像相位相差 $\pi/2$ 。

在引导学生观察图像的基础上, 教师可以进一步通过图像分析来深入讲解余弦函数的性质。例如, 可以通过分析图像上特定点的坐标, 来推导余弦函数的最大值、最小值、零点等性质, 教师还可以引导学生通过观察图像上不同区间的单调性, 来理解余弦函数的单调性规律, 能够帮助学生将抽象的数学概念与直观的图像相结合, 提高他们的空间思维能力。

为了加深学生对余弦函数图像与性质的理解, 教师可以设计一些实际应用的练习题。例如, 可以让学生根据给定的余弦函数表达式, 绘制其图像, 并标注出周期、振幅等关键信息。或者可以让学生根据图像来判断某个余弦函数的性质, 如最大值、最小值、单调性等。这样的练习题能够帮助学生将理论知识应用于实际问题中, 培养他们的应用思维和解决问题的能力。教师还可以利用信息技术手段来辅助教学。例如, 可以利用数学软件来展示余弦函数的动态图像, 让学生观察不同参数下余弦函数图像的变化规律。或者可以利用在线教育资源来

提供丰富的余弦函数图像与性质的学习材料，供学生自主学习和探究，能够激发学生的学习兴趣 and 探索欲望，促使他们更加深入地理解余弦函数的图像与性质。

（四）应用实际问题，培养应用思维

将三角函数应用于实际问题中，能够帮助学生理解函数的实用价值，培养他们的应用思维能力^[5]。

例如：在高中《三角函数》单元的教学中，三角函数，特别是正弦、余弦和正切函数，在解决实际问题中扮演着重要角色。为了让学生深刻理解这些函数的实际应用，教师可以设计一系列与现实生活紧密相关的案例，并将其融入到教学中。

以物理学中的振动和波动问题为例，教师可以引导学生利用三角函数来描述和分析物体的振动或波动行为。例如，在描述一个简谐振动时，教师可以让学生利用正弦函数来表示振动的位移随时间的变化关系。通过这样的方式，学生可以直观地看到正弦函数的周期性如何与振动的周期性相对应，以及振幅如何与振动的最大位移相对应。这种教学方式不仅加深了学生对正弦函数性质的理解，还让他们认识到三角函数在物理学中的重要应用。

在地理学领域，经纬度计算问题也是三角函数应用的典型案例。教师可以利用三角函数来解决一些与经纬度相关的实际问题，如计算两点之间的直线距离或判断某地的地理位置等。在解决这个问题时，教师可以引导学生运用余弦定理或正弦定理等三角函数知识来进行计算。通过这样的实践应用，学生可以更好地理解余弦和正弦函数在几何问题中的应用，同时也能够认识到三角函数在地理学中的重要作用。

为了将理论知识与实践应用相结合，教师还可以设计一些具体的练习题或项目任务。例如，可以让学生根据给定的振动参数（如振幅、频率和相位）来绘制正弦函数图像，并分析振动系统的行为；或者可以让学生根据给定的经纬度信息来计算两点之间的距离，并判断它们之间的相对位置关系。这些练习题和项目任务不仅能够帮助学生巩固所学知识，还能够培养他们的应用思维和解决问题的能力。在教学过程中，教师还可以利用信息技术手段来辅助教学。例如，可以利用数学软件或仿真工具来模拟振动或波动过程，让学生更加直观地看到三角函数在其中的应用；或者可以利用在线教育资源来提供丰富的实际案例和学习材料，供学生自主学习和探

究，能够激发学生的学习兴趣 and 探索欲望，促使他们更加深入地理解三角函数的实用价值和应用方法。

（五）鼓励创新思维，培养创新意识

在三角函数教学中，教师应鼓励学生提出自己的见解和想法，通过创新性的思考方式解决问题。

例如：在教学《三角函数诱导公式》这一内容时教师可以设计一系列具有启发性的问题，以激发学生的好奇心和探索欲。例如，在引入诱导公式的概念之前，教师可以先让学生回顾正弦、余弦、正切等三角函数的基本性质和图像特征，然后提出一个问题：“如果我们知道了一个锐角的三角函数值，那么如何求出其他象限角的三角函数值呢？”这样的问题能够引导学生思考三角函数在不同象限之间的关系，为后续学习诱导公式打下伏笔。接着，教师可以采用“发现式”教学法，让学生通过观察、比较和归纳来自主发现诱导公式。教师可以先给出几个具体的例子，让学生计算并观察结果，然后引导他们总结规律，形成诱导公式的初步认识。在这个过程中，教师要鼓励学生大胆猜想，勇于提出自己的见解，即使他们的想法不完全正确，也要给予积极的反馈和指导，以保护他们的创新热情和自信心。

结语

综上所述，通过以《三角函数》单元为例的高中数学教学实践，教师深刻认识到，培养学生的数学思维能力是数学教学的重要任务之一。通过创设问题情境、引导探究学习、强化思维训练等有效策略，可以显著提高学生的数学学习兴趣和思维能力，教师应该继续深化教学改革，探索更多有效的数学思维培养途径，为学生的全面发展贡献更多的智慧和力量。

参考文献

- [1] 杨义书. 高中数学教学中培养学生数学思维能力的实践探析 [J]. 数学学习与研究, 2024, (01): 53-55.
- [2] 苏同安, 李晓玲. 基于高中数学思维能力培养的“全景式”数学问题设计研究 [J]. 中学数学, 2023, (21): 3-5.
- [3] 印秀辉. 浅谈如何在高中数学教学中培养学生的数学思维 [J]. 试题与研究, 2024, (14): 64-66.
- [4] 罗清华. 数学思维能力在高中数学教学中的培养 [J]. 数理天地 (高中版), 2024, (13): 120-122.
- [5] 顾彦. 变解题为解决问题的 高中数学思维能力培养研究 [J]. 数学之友, 2024, (13): 45-47.