

# 向量在几何中的应用

张勇

西安市第七十中学

**摘要：**向量应用于几何领域，给几何问题的解决带来新途径，具备重要价值，文章深入分析向量在几何应用中的具体价值，包含精简求解流程，塑造图形关系，拓展研究范围等方面，并且探讨存在的问题，学生对向量概念体会不够，向量与传统几何方法难以融合，教学引导缺少等情况，之后给出加强概念教学，推动方法融合，改善教学方法，开展操作活动等策略，期望优化向量在几何中的应用效果，助力几何学习与研究向前迈进。

**关键词：**向量；几何应用；价值；问题；策略

**【DOI】** 10.12252/j.issn.2096-627X.2025.05.199

## 引言

向量属于数学范畴中的关键概念，具备代数和几何双重特性，在几何研究当中占有重要地位，它特有的表示形式加上运算规则，给解决几何问题带来新的角度和有效的工具，不过在向量用于几何的时候，会遇上很多难题和问题，深刻探寻向量在几何中的应用价值，碰上的困难及其解决办法，这对于加深数学知识的体会，加强数学应用的能力很有意义。

### 一、向量在几何中的应用价值

#### （一）简化几何问题的求解过程

向量在几何问题的解答中很大程度上精简了流程，格外在处理平面几何当中角度，距离，平行与垂直这些重要问题的时候，拿证明两条直线垂直来讲，传统的几何证明方法必要用到许多定理，譬如直角三角形的特性，相似三角形的判别等等，并且常常要增添辅助线来形成证明的思路，这便要求解题者把各类定理牢记在心，还要具有较强的空间想象能力和逻辑推导能力，不过这对不少人而言比较困难。

向量的出现改变了这种情况，当要证明一个不规则四边形的两条对角线是否垂直的时候，如果采用向量法，那么只需确定这两条对角线所对应的向量就可以。就拿常见的平行四边形 ABCD 来说，要想知道对角线 AC 和 BD 是否垂直，仅仅找出表示这两条对角线的向量就行，经由分析图形中顶点之间的位置联系，便能够确定这两个向量，然后算出它们的数量积，按照数量积得出的结果就可以立即判别两条直线是否垂直，这种方法无需对复杂图形做详尽分析，解答过程简单明，极大地削减了解题的困难，提升了解题速度。

#### （二）构建几何图形的内在关系

向量有益于形成几何图形的深层关系，表现几何图形的核心特征，在空间几何当中，向量可清楚地表述点，线，面之间的位置关系，对于三棱锥 P-ABC 而言，向量

能够精准体现各个顶点的位置向量，接着经由向量计算得出棱与棱，棱与面，面与面的夹角以及距离关系，凭借向量的线性合成，还可以深入探寻三棱锥的重心，垂心等特别点的性质，三棱锥的重心是三条中线的交点，用向量能够证实其重心的向量表达式为各顶点向量之和的三分之一，这种依靠向量的研究方法，给深入认识几何图形的性质和规律带来很强的支撑，使得可以从更为全面的视角掌握几何图形的本质联系。

#### （三）几何研究的领域与方法拓展

向量的应用拓宽了几何研究范围并更新了研究方法，给几何发展带来新动力，在分析几何里，向量同坐标系融合之后，几何问题就能凭借代数手段精准求值，先形成平面直角坐标系，把几何图形中的点用坐标体现出来，再转为成向量形式，这样便可依靠向量运算去解决直线与曲线的位置联系，圆锥曲线特性之类的问题，探究椭圆性质之时，向量可让人更清晰地感受椭圆上点的移动规则以及椭圆切线，法线这些几何部分的特征，向量还为微分数何，射影几何等现代几何分支的发展构筑了根基，促使几何研究持续深入推进，开创了数学研究的新局面。

### 二、向量在几何应用中的问题探究

#### （一）学生对向量概念的理解与应用存在不足

在向量应用到几何当中的时候，学生由于对向量概念认识不够深刻，所以在应用的时候遭遇诸多困难，向量属于一种独有的数学概念，同学生以前所接触过的单纯数量概念存在很大差异，它既有大小又有方向，这样的双重属性比较抽象，给学生的认知造成了困难。

学生刚开始接触向量的时候，也许只会机械性地记住向量的某些表层特征及其运算规则，并没有真切地体会其深层本质，在碰到有关向量的几何问题之时，比如要判定一个多边形各边向量之间的关系，由于学生没有深入领悟向量夹角的概念，所以经常会把向量夹角和多

边形内角弄混，这样就造成在确定向量关系以及后面计算的时候老是出错，不能精准地利用向量知识去解决问题。

在向量与几何图形结合的题目当中，学生很难把向量概念同图形里的元素创建起有效的联系，当处理三角形有关的向量问题时，学生无法清楚地区分三角形的边和与之相对应的向量，如此一来，在利用向量去解决像判断三角形形状，计算面积这样的问题的时候，就找寻不到正确的解题途径，这极大地妨碍了向量在几何学习中的应用。

### （二）向量方法与传统几何方法的融合存在不足

向量在几何应用中遭遇的另一问题是向量方法与传统几何方法融合不好，在教学及学习进程当中，学生适应了传统的几何思维模式，对于向量这种新工具，无法有效地将其融入已有的知识体系里面，在证实几何问题之时，学生或者完全依靠传统方法，忽略向量方法的长处；或者生搬硬套向量公式，并不清楚要怎样依照几何图形的特征展开分析，比如证明平行四边形的对角线相互平分这个性质，用传统几何方法可经由全等三角形予以证明，要是采用向量方法，学生可能只会刻板地计算向量，而不能清楚地表述向量运算和几何结论之间存在的关联，这种融合困境制约了学生自如地选用多种方法去解决几何问题的能力，而且对全面把握几何知识造成了阻碍。

### （三）教学中向量应用引导不足

教学过程中对向量应用的引导存在短缺，这也影响到向量在几何中的有效应用，有些教师教学时偏重向量的运算及公式推导，对于向量在几何中的实际应用场景和方法讲解不够深入。比如在讲向量在立体几何中的应用时，教师仅仅简单介绍用向量法求异面直线夹角的步骤，并没有充分引导学生思索向量与立体几何图形本质上的联系，也未引导学生考虑怎样依循具体问题来选择恰当的向量表示与运算方法，于是当学生碰到实际几何问题的时候，就缺少运用向量解决问题的意识与能力，不能把学到的向量知识灵活运用到几何解题当中，这样就削减了向量在几何教学中的效果。

## 三、推动向量在几何中应用的有效策略

### （一）强化向量概念教学，深化学生理解水平

加强向量概念教学，这是让学生做到在几何中有效运用向量的根基所在，教师在教学进程当中，可以全方位入手，帮助学生深刻领悟向量概念。

教师向学生介绍向量概念的时候，可以多多借用生活中的例子，使得抽象的向量变得直观又好懂。拿船只在大海上的航行路线来说，船只从一处开往另一处，其

行驶路径除了长短不一，还有特定的朝向，这便形成了一个向量，经由这个例子，学生能够更为切实地体会到向量的大小和方向这两个重要特征，教师还可以凭借体育活动中的情景，诸如投掷标枪，标枪掷出的距离及其方向，同样也是向量的一种表现形式。

多媒体工具在向量概念教学里同样具有很大的作用，教师可利用动画软件来创作向量运算的动态表现内容，讲解向量加法之时，借助动画体现两个向量怎样首尾相接，并合成为一个新向量，使得学生能够很直观地看到向量加法的进程，而且还能显示向量于不同几何图形中的变化状况，譬如在平行四边形当中，向量随平行四边形的形变而更改其大小与方向的情形。

组织学生展开小组探讨和探究活动，这也是加深学生对向量概念领悟的有效方法，教师可安排一些具启发性的探究任务，让学生以小组形式实施探讨并执行，比如让学生凭借向量知识设计一款简易的迷宫游戏，在此期间学生要思索怎样用向量体现迷宫的路径与方向，又怎样经由向量计算去规划走出迷宫的线路，各小组成员在交流当中畅所欲言，彼此激发，既能较好地领悟向量概念，又能提升团队合作意识与改进思维能力。

### （二）推动向量方法与传统几何方法的融合

推动向量方法和传统几何方法相融合，可以明显优化学生解答几何问题的水平，在教学过程中，教师需引导学生全方位了解这两种方法各自的特性，遵照具体题目灵活选用恰当的解题思路。

在日常教学的时候，教师可选取一些典型几何问题，把向量法与传统几何法的解题过程表现出来，让学生对比分析二者的差别与优势。比如证明一个三角形是等腰三角形，传统几何法往往会先证明两条边相等，一般要用到全等三角形，等腰三角形判定定理等知识，从角和边的关系去推导，向量法则是算出三角形两条边所对应的向量的模长，若这两个向量的模长相等，那么相应的两条边也就相等。

教师可引导学生在解题时把两种方法融合起来用，应对复杂几何图形问题的时候，可以先用传统几何方法做个初步分析，看看图形的整体架构和特性，找出一些较为明显的几何联系，从而确定大致的解题方向，就拿不规则多边形来说，经由传统几何方法去看其内角，外角以及边之间的关系，找到某些特别的角或者边，给后面的解题准备好线索，之后再采用向量方法实施精准的计算和证明，用向量来代表多边形的边，借助向量运算深入把握边与边实际存在的关系，是不是平行，垂直或者存在某种长度比例之类的。

为了让学生较好地掌握两种方法的融合,教师可组织专项练习活动,设计一些需综合运用向量法与传统几何法的练习题,促使学生在实际操作中不断探究并总结经验,在练习期间,教师应给予学生足够的指导,并及时作出反馈,协助学生解决所遇问题,引导学生思考怎样依循题目的不同特征来选定最为恰当的解法。

### (三) 优化教学方法, 加强向量应用指导

改进教学方式, 加强引导向量应用, 这对于优化向量在几何教学中的应用效果很关键, 教师要抛弃传统单一的讲授模式, 采用多元的教学方法来激发学生的学习兴趣 and 主动性。

问题推动教学法属于有效的教学方法, 教师可在课堂上设定一连串启发性几何问题, 引领学生思索怎样利用向量知识去解决, 在学习向量于平面几何中的应用之时, 教师提问: “如何确定一个三角形的重心位置, 并用向量知识阐述重心的性质,” 此问题存在一定难度, 能唤起学生的好奇心与探求欲望, 学生在思考与探究的时候, 会自发地试着运用向量知识剖析三角形的结构及其各边的关系, 而教师在学生探究期间, 及时予以引导和暗示, 助力学生形成起向量与三角形重心之间的关联。

项目式学习属于值得推广的教学方法, 教师可设计向量应用相关的项目, 再安排学生分拼完成, 比如组织“校园景观向量设计”项目时, 以小组为单位, 要求利用向量知识设计校园内小景观, 花园或者喷泉布局等。学生需把景观各元素的位置关系纳入考量范围, 并用向量表示不同元素间的距离与方向, 项目开展期间, 学生要实地测量, 收集和分析数据, 之后运用向量知识执行设计和规划, 各小组要表现自己的设计方案, 还要解释怎样借助向量达成设计目的, 经此项目式学习, 学生可将向量知识应用于实际场景, 其实践能力和革新思维得以优化, 团队合作精神也得到提升。

### (四) 通过向量应用实践活动提升应用能力

开展向量应用的操作活动, 这是加强学生向量应用能力的主要路径, 可促使学生在实际操作当中巩固知识, 发展革新思维与操作能力。

学校和教师可组织数学建模竞赛, 并指定几何相关的题目, 以引导学生利用向量知识解决实际问题, 比如某场数学建模竞赛的题目为设计智能机器人的动作路径规划系统, 在此情形下, 学生需考虑机器人在复杂环境中的移动情况, 并用向量去表述机器人的运动方向与距离。而且, 学生还要剖析环境中的障碍物, 将其位置和形状用向量体现出来, 经由向量计算规划出机器人绕开障碍物的理想路径, 在比赛期间, 学生尽情施展自身的想象力与创造力, 凭借已学的向量知识, 制订出多种各

异的动作路径规划方案, 经过此类竞赛, 学生不但夯实了向量知识, 而且优化了把向量知识应用到实际问题之中的能力, 还塑造了革新思维以及解决复杂问题的能力。

几何设计大赛属于一种较好的操作活动形式, 教师能够组织学生参与该大赛, 要求学生凭借向量设计别具一格的几何图形, 而且要阐述设计思路及向量在设计中的应用情况, 在比赛当中, 学生尽情施展自身的创意, 设计出诸多不同的几何图形, 有些学生设计出具备对称之美的图案, 有些学生则设计出极富动感的立体图形。在设计的时候, 学生需用向量确定图形各部分的位置与形状, 经由向量的平移, 旋转等变换达成图形设计目的, 当学生表现自己的作品时, 要细致解说怎样运用向量知识做到设计, 如此一来既锤炼了学生的表达能力, 又使得学生更为深入地体会到向量的应用。

教师除去采用竞赛形式之外, 还可组织学生展开实地测量活动, 教师把学生带到校园或者周边区域, 让学生利用向量知识去测量建筑物的高度, 间距之类的数据, 当测量建筑物高度的时候, 学生经由测量不同位置的角度以及距离, 依照向量原理就能够算出建筑物的高度。

### 结语

向量用于几何当中, 有着简化求解过程, 形成图形关系以及拓展研究领域等重要价值, 不过在实际应用的时候, 会存在认识缺乏, 方法融合艰难以及教学引导缺少等问题, 如果采用加强概念教学, 推动方法融合, 改善教学方式并开展应用活动等策略, 就可以有效地优化向量在几何中的应用水平, 在以后的数学学习与研究当中, 要一直把向量在几何中的应用放在重要位置, 不断去考察更新, 从而给几何问题的解决以及几何学科的发展给予有力的支撑。

### 参考文献

- [1] 张亚斌. 高中数学立体几何教学策略分析[J]. 学周刊, 2020(4): 19.
- [2] 吴焱焱. 高中数学立体几何教学中向量法的应用[J]. 数学大世界(中旬), 2020, (12): 92+95.
- [3] 张锐利. 浅谈向量在立体几何证明中的三点应用[C]. 中国教育发展战略学会教育教学创新专业委员会. 2019全国教育教学创新与发展高端论坛论文集(卷七). 中国教育发展战略学会教育教学创新专业委员会: 中国教育发展战略学会教育教学创新专业委员会, 2019: 39-41.
- [4] 张志刚. 立体几何的“助力站”: 空间向量——高中数学立体几何试题分析及教学策略[J]. 中学数学, 2020, (21): 41-42.
- [5] 郑有礼. 浅谈立体几何中空间角的向量原理[J]. 数学学习与研究, 2019(22): 109.