

高观点下的初等数学教学设计的研究

——以图形与几何领域为例

谷冰楠

江苏省淮安市淮阴区淮阴师范学院

摘要：在教育研究领域，众多学者聚焦于高等数学与初等数学教学的融合，着重对图形与几何教学的优化路径展开探索。将高等数学的理论视角引入初等数学教学，不仅有助于学生精准把握图形与几何概念的本质内涵，还能够显著提升其逻辑推理与问题解决能力。本研究基于高观点教学设计理论，系统阐述其在图形与几何教学中的实践策略，并通过实证案例分析，深入论证该教学模式的有效性与优越性。

关键词：高观点；初等数学；教学设计；图形与几何

【DOI】 10.12252/j.issn.2096-6288.2025.10.080

引言

在初等数学教育中，图形与几何领域占据重要地位，其教学不仅关乎学生数学素养的提升，更影响着学生空间观念、逻辑思维等核心素养的发展。随着教育研究的深入，高观点教学设计理念逐渐受到关注。本文旨在探讨高观点下初等数学图形与几何领域的教学设计，通过引入高等数学与现代数学思想，优化教学路径，以期提升教学质量，深化学生数学认知，激发其学习动能。

一、高观点视角下初等数学教学设计的内涵解析

（一）高观点的内涵和意义

1. 高观点的内涵

高观点是一种从高等数学与现代数学的角度出发，对初等数学进行深入剖析和理解的方法^[1]。从理论上讲，高观点要求我们突破初等数学的表层局限，将其置于更广泛的教学框架中。这强调着我们要聚焦数学的整体结构、内在联系以及与其他学科的交叉融合，意味着教师需要具备更高的专业素养，能够将初等数学的内容与更前沿的数学领域相衔接。实践中通过引入高等数学与现代数学的概念、原理和方法，教师可以为学生揭示初等数学中隐藏的结构和规律，帮助他们更好地理解数学的本质^[2]。

2. 高观点的意义

本研究在高观点指导下，探究如何在初等数学课程中运用高观点，这对教师的“教”和学生的“学”具有重要意义^[3]。该研究价值主要体现在两个方面，一方面在于优化教师教学质量，推动专业发展。高观点教学法促使教师深入把握数学学科本质，对教学内容进行结构化重组，并结合学情选择适配的教学策略，从而实现数学知识的立体化呈现。这样持续运用高观点开展教学实践，能够倒逼教师深化高等数学与现代数学知识储备，显著提升其专业自信与教学创新能力，形成“教学实践—理论反思—专业成长”的良性循环。另一方面在于深化学生数学认知，激发学习动能。高观点教学帮助学生跳出初等数学的知识局限，从学科整体性视角理解数学的

逻辑统一性，构建系统化的知识图谱，激发对数学学科的探索兴趣，这样高观点的培养有助于学生建立起“数学知识是相互联系的，自己能够学好数学的”这一积极信念^[4]。

（二）高观点下教学设计的策略

精准锚定学生认知起点，激活知识储备。教学设计的首要环节在于科学评估学生现有知识结构与能力水平，以此作为新知识建构的逻辑起点。教师可通过标准化测试、学情调查问卷等量化手段，系统梳理学生已掌握的数学知识与技能。同时，引导学生运用思维导图等可视化工具对既有知识进行结构化归纳，清晰呈现知识间的逻辑关联。

多维构建教学目标体系，确保精准导向。教学目标的设计需遵循知识、技能、思维与情感四维协同的原则，知识目标聚焦核心概念与基础原理的深度理解；技能目标强调知识迁移与问题解决能力的培养；思维目标着力发展批判性思维、创新思维与复杂问题处理能力；情感目标则注重激发学习兴趣、塑造科学价值观并增强学习自信。目标设定应遵循“最近发展区”理论，为保障目标达成，需系统设计涵盖知识讲解、示范引导、实践训练与效果评价在内的教学活动。

强化教师专业发展机制，夯实教学根基。教师专业素养的持续提升是实施高观点教学的关键保障，这就要求教师在日常教学实践中主动探索创新教学模式，尝试将高等数学思想方法与中小学教学内容有机融合。通过持续的理论与实践相结合，教师就可以保持对教育理论与教学方法的敏锐洞察力，更能精准对接学生学习需求，优化课堂教学策略，实现专业成长与教学效能提升的良性互动。

二、高观点下图形与几何领域的教学设计深入剖析

（一）图形与几何领域在初等数学的重要地位

1. 图形与几何领域是数学与现实世界联系最为紧密的分支之一

图形与几何领域与现实世界联系紧密,学生通过对图形的认识和几何的研究,能够深入理解周围环境中的空间关系和形态,这对他们的日常生活和未来职业发展都具有重要意义^[5]。在如今诸多行业中,图形与几何知识构成了诸多专业领域的核心理论支撑,就如在建筑设计行业,设计师需借助图形与几何知识完成空间布局与外观造型设计。因此,在初等数学教学中,应将图形与几何作为重点教学内容,通过系统教学帮助学生掌握基础理论与实践技能,培养其空间思维能力与逻辑分析能力,为后续学习与职业发展奠定坚实基础。

2. 图形与几何领域对于培养学生的空间想象力和抽象思维能力具有显著效果

几何学习过程中,学生需要在头脑中完成抽象几何对象的构建与推演,这一过程对空间想象力和抽象思维能力的发展具有显著促进作用。通过图形与几何知识的系统学习,学生不仅能够精准把握物体的形状、尺寸、位置等属性特征,而且还能从具体的图形中抽象出数学概念和规律,进行推理和证明,使他们能够更好地理解和掌握数学知识,为后续跨学科知识学习构筑思维框架^[6]。

(二) 高观点在教学设计实践中的应用

1. 圆的面积和周长

传统的教学设计通常会直接给出圆的面积和周长公式,然后通过例题和练习让学生掌握公式的应用。

高观点的教学设计可以从高等数学与现代数学中的积分和极限的角度来引入圆的面积和周长。通过积分的方法,在计算圆的面积时,我们可以将圆看作是由无数个小扇形组成的,然后将这些小扇形近似看作三角形,每个小扇形的面积可以用积分来计算,我们可以得到圆的面积公式 $S = \pi r^2$;同样,在计算圆的周长时,我们可以将圆看作是由无数个小段组成的,每个小段的长度可以用积分来计算,我们可以得到圆的周长公式 $C = 2\pi r$ 。

2. 勾股定理的证明

传统的教学设计通常采用拼图或几何推理等直观方式来论证。

高观点的教学设计则引入高等数学与现代数学中的毕达哥拉斯定理,为勾股定理的证明提供更具普适性的理论视角。在高等数学与现代数学体系中,可借助向量代数、复数运算等工具对毕达哥拉斯定理进行严谨证明。以向量法为例,通过构建直角三角形两直角边对应的向量,并运用向量点积运算及其模长与夹角的关系,能够建立起代数运算与几何属性之间的对应关系,从而完成定理的演绎推导。

以上教学案例表明,在图形与几何领域采用高观点教学设计,能够帮助学生穿透知识表象,把握数学理论的本质特征与逻辑体系,实现数学知识体系的纵向贯通与思维能力的进阶发展。

三、高观点下的初等数学教学设计的案例分析

(一) 教学设计

三角形的内角和

【教学目标】

① 理解高观点在几何证明中的重要性,掌握三角形的内角和是 180° 这一定理并理解其几何意义,准确描述其含义和应用场景。

② 学生通过自主探索、小组合作等方式,用高观点几何学的方法证明三角形内角和是 180° ,在这个过程中提高观察能力、推理能力、逻辑思维能力和动手操作能力。

③ 培养学生对数学的浓厚兴趣和探索精神,体会高观点在证明过程中的独特优势,增强学习数学的自信心,提高自主学习和合作交流的意识。

【教学重点】三角形内角和为 180° 这一定理的证明。

【教学难点】理解高观点证明与常规证明的区别及优势。

【教学过程】

1. 复习导入

师:同学们,我们之前学过关于三角形的哪些知识呢?

预设:三角形的定义、分类等等。

师:三角形的内角和是多少?顺势揭示课题,三角形内角和。

【设计意图】:采用复习导入,旨在通过设置与旧知紧密关联的启发性问题,引导学生基于已有知识储备和实践经验,自主提出多样化的猜想与假设。该设计既为后续教学内容的展开奠定认知基础,又能通过问题导向的互动模式,培养学生的批判性思维与合作探究能力,实现教学目标的自然过渡与衔接。

2. 常规的证明方法

指导学生运用剪拼粘贴等方式,直观体会三角形内角和为 180° 。

阐释借助平行线性质的证明步骤。

3. 引入高观点

教师可分步骤构建教学框架,借助多媒体教学资源系统阐释高观点几何学的核心概念与工具,包括点线面的关系、向量代数体系、空间坐标系等内容,并结合典型案例演示其在几何对象建模与数值计算中的应用逻辑。

运用几何变换理论。通过三角形绕顶点旋转操作,将分散的内角转化为共线平角。

基于向量分析方法。设三角形顶点A、B、C对应空间向量,通过向量加减运算与数量积公式建立角度关系表达式,经严谨的代数推导完成定理证明。

这些方法从抽象代数与空间变换视角解构几何命题,不仅深化学生对三角形内角和定理的理解,更展现了数学不同分支的内在逻辑关联。

【设计意图】:采用“多媒体动态演示+板书分步

推导”的双轨教学策略,旨在构建可视化的知识建构路径。通过多媒体的动态图形变换与板书的静态逻辑推演相结合,将抽象的证明过程拆解为可观测、可理解的阶段性步骤,确保学生能够清晰把握各环节的逻辑衔接,实现从直观感知到理性认知的思维跃迁。

4. 对比分析

组织学生开展小组协作探究,通过对比分析高观点证明方法与传统证明方式的差异,引导其自主发现两种论证路径的独特特征。

在学生充分讨论与交流后,教师进行系统性总结归纳,着重阐释高观点证明在逻辑结构上的简洁性、几何直观上的可视化优势,以及对数学原理本质属性的深度揭示功能。

【设计意图】:通过对比,能让学生更深入地理解证明过程的多样性以及各种方法背后的原理,同时培养批判性思维,拓展视野,促使学生主动思考不同方法的特点和优劣,不局限于单一的思维模式开阔他们的数学视野。

5. 拓展应用

给出一个相关问题:已知一个四边形可以分成两个三角形,运用高观点证明这个四边形的内角和是 360° 。

引导学生思考可以利用前面提到的几何变换的高观点,将四边形分割成两个三角形后,通过已经证明的三角形内角和是 180° ,以及变换过程中角度的关系,来推导出四边形内角和为 360° 。让学生运用高观点进行思考与解决。

【设计意图】:引导学生将三角形内角和定理的高观点证明策略,系统迁移至四边形内角和问题的解决中,从而揭示简单几何图形与复杂图形间的结构关联及演变规律,能够进一步巩固对高观点数学方法的掌握程度,提升知识迁移与灵活应用能力。

6. 总结归纳

师:通过本节课的学习,你学到了什么?有什么收获?

学生回答完,教师再进行总结,强调本节课的重点。

【设计意图】:让学生养成总结归纳的习惯,教师对三角形内角和定理的证明方法和要点再进行总结归纳,强调证明的基本思路 and 关键步骤,凸显高观点的优点和特殊性使学生对所学知识有更清晰的认识。

7. 布置作业

课后习题和将本节课知识讲给父母。

(二) 教学设计分析

1. 高观点下的教学设计

高观点下的教学设计,不仅仅是三角形内角和是 180° 这一具体知识的传递,更是在培养学生的数学素养和综合能力。第一,通过展现数学理论的多元性与发展性,有效激发学生的探究兴趣,突破传统认知框架,引导其认识数学学科的动态演进特征。第二,使学生能更深刻地理解定理背后的本质和内在联系,培养学生的宏

观思维 and 创新能力,这有助于他们在今后的学习中更好地构建自己的知识体系。第三,高观点方法凭借逻辑简洁性与直观可视化的特点,能够显著提升知识传递效率,优化教学效果;第四,启发思考这一环节,则能引导学生深入探究数学问题的本质,培养他们独立思考和解决问题的能力,而不仅仅是机械地接受知识。

2. 传统的教学设计

相比之下,传统的教学设计则更注重知识的传授和技能的训练,这种教学过程相对单一,缺乏对学生高阶思维的深度激发。由于未能引入更高层次的数学视角,学生难以从宏观层面把握数学问题的本质规律,易陷入机械记忆与程式化解题的局限。尽管能在一定程度上提高学生的成绩,但长期来看,可能导致学生对数学学习产生枯燥感,缺乏对数学的深入理解和探索欲望。

(三) 教学实践的启示和展望

高观点教学设计作为创新教学范式,为数学教育改革提供了重要理论支撑与实践参考。其价值不仅体现在教学方法的革新,更在于推动教育工作者突破传统思维定式,积极探索多元化教学路径。

在未来教育实践中,建议从以下方面深化高观点教学理念的应用:首先,持续优化教学设计,综合运用现代教育技术与多样化教学策略,激发学生学习主动性与创造性;其次,将自主探究能力与批判性思维培养作为核心目标,营造开放包容的课堂生态,支持学生开展深度数学探究;最后,通过教师专业发展培训与教研实践,推动高观点教学模式的普及与完善。

结语

综上所述,研究通过深入剖析高观点下初等数学图形与几何领域的教学设计,揭示了其在优化教学质量、深化学生数学认知方面的独特价值。高观点教学法的引入,不仅帮助学生精准把握图形与几何概念的本质,还显著提升了其逻辑推理与问题解决能力。未来,教育工作者应持续探索高观点教学理念的应用,通过优化教学设计、强化教师专业发展,推动初等数学教育的创新与发展,为学生的全面成长与终身学习奠定坚实基础。

参考文献

- [1] 胡炳生. 现代数学观点下的中学数学 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1981.
- [2] 李超. “高观点”下高中导数解题及教学研究 [D]. 昆明: 云南师范大学, 2021.
- [3] 李萌. 高观点渗透下的初中数学拓展教学设计与实践 [D]. 上海: 华东师范大学, 2023.
- [4] 张秀蓉. 高等数学视角下的中学数学教学研究 [D]. 福州: 福建师范大学, 2015.
- [5] 古丽娜提·巴勒哈希. 高等数学视角下的中学数学教学研究 [D]. 伊宁: 伊犁师范大学, 2019.
- [6] 鲍建生. 几何的教育价值与课程目标体系 [J]. 教育研究. 2000, (4): 53-58.