

核心素养导向下高中数学建模活动的设计

——以“乒乓球发球策略”为例

肖亚

定州市实验中学

摘要：随着核心素养理念深度融入高中教育，高中数学教学正从知识传授向能力培养转型。数学建模作为核心素养的重要组成部分，对提升学生数学抽象、逻辑推理等能力至关重要。本文以“乒乓球发球策略”为例，构建“问题情境—模型构建—求解验证—拓展应用”教学框架，探索数学建模活动设计与实施，助力学生在实践中提升核心素养，研究成果可为教学提供参考。

关键词：核心素养；高中数学；数学建模活动；乒乓球发球策略

【DOI】 10.12252/j.issn.2096-6288.2025.11.217

引言

随着《普通高中数学课程标准（2017年版2020年修订）》的推进，核心素养成为高中数学教学的重要指引^[1]。数学建模作为核心素养关键一环，是运用数学知识解决实际问题的过程，对培养学生能力意义重大。目前高中数学建模教学存在内容脱离实际、素养培养缺乏系统性等问题^[2]。而乒乓球发球策略中蕴含概率、优化等数学元素，以其为载体设计建模活动，既能融合数学与生活，又能激发学生兴趣、培育核心素养。

一、核心素养与高中数学建模相关理论

（一）核心素养的内涵

核心素养是学生在相应学段教育中形成的，适应个人与社会发展的必备品格和关键能力。高中数学核心素养集中体现学科育人价值，包含五大关键要素：

数学抽象：舍去事物物理属性，提炼数学概念与规律，贯穿数学学习全过程。

逻辑推理：基于事实与命题推导新命题，保障数学严谨性，培养有序思维。

数学运算：明确运算对象，依法则解题，为数学推理提供基础支撑。

数据分析：通过数据整理分析推断，获取信息辅助决策，契合信息时代需求。

数学建模：将现实问题抽象化，构建数学模型求解，架起数学与现实的桥梁。

（二）高中数学建模的特点

高中数学建模呈现综合性、实践性、开放性与探究性四大特征。它融合数学知识、跨学科知识及生活经验解决问题；强调学生在实践中体验建模全流程，实现数学知识的应用转化；其问题答案与解法具有多元性；更鼓励学生主动探索、发现与解决问题^[3]。

（三）核心素养与高中数学建模的关联

数学建模与核心素养培育深度交融。从现实问题抽象为数学问题，培养数学抽象素养；模型构建与求解中的逻辑推导，提升逻辑推理能力；求解过程的运算操作，锻炼数学运算素养；数据处理环节，强化数据分析能力；而建模全过程更是对数学建模素养的直接塑造^[4-5]。可见，科学设计数学建模活动，是提升学生高中数学核心素养的有效路径。

二、“乒乓球发球策略”数学建模活动设计

（一）问题提出

在乒乓球比赛中，发球是关键得分手段，不同策略影响赛果。现假设选手有正手、反手两种发球方式，统计数据显示：正手发球成功率80%，成功后得分率30%；反手发球成功率90%，成功后得分率20%，发球失败则对方直接得分。如何据此选择更优发球策略？又该如何结合比赛局势灵活调整？抛出问题后，引导学生思考解题需考量的因素，以及如何将其转化为数学问题，以此激发探究兴趣，明确数学建模活动目标。

（二）模型建立

1. 确定变量

设选手一次发球中，正手发球概率为 p ，则反手发球概率为 $1-p$ 。记发球后得分事件为 A ，发球成功事件为 B 。已知正手发球成功率80%，成功后得分率30%；反手发球成功率90%，成功后得分率20%。

2. 建立得分概率模型

为计算混合发球策略下选手一次发球的得分概率，需综合考虑正、反手发球情况：得分概率等于正手发球概率、正手发球成功率、正手发球得分率的乘积，加上反手发球概率、反手发球成功率、反手发球得分率的乘积。经计算，混合发球策略的得分概率与正手发球概率 p 呈线性正相关。而发球失败概率为1减去得分概率，此时对手直接得分。

3. 建立获胜概率模型

假设比赛为单局 11 分制，先得到 11 分且至少领先对手 2 分的选手获胜。为了简化模型，暂不考虑平局后的加赛情况，仅研究在正常情况下，选手采用不同发球策略时获胜的概率。

我们把选手每一分的得分可能性记为 q （也就是上述计算的得分可能性），那么对手每一分的得分可能性就是 $1-q$ 。由于乒乓球比赛存在局点、赛点等特殊情况，简单的概率分布模型不能准确计算获胜概率，所以我们采用一种逐步推导的方法。

我们用 $P(a, b)$ 表示当前选手得 a 分，对手得 b 分，选手最终获胜的可能性。当选手得分达到 11 分及以上且比对手至少多 2 分时，选手获胜的可能性就是 1；当对手得分达到 11 分及以上且比选手至少多 2 分时，选手获胜的可能性就是 0；其他情况下，选手获胜的可能性等于当前得分的可能性乘以再得 1 分后的获胜可能性，加上对手得分的可能性乘以对手再得 1 分后的获胜可能性。通过这种逐步推导的方式，我们可以计算出比赛开始时（即双方都是 0 分时）选手采用不同发球策略的获胜可能性。

（三）模型求解

计算不同发球策略下的得分可能性 q

当只采用正手发球时，也就是 $p=1$ ，此时得分可能性 q 为 24%；当只采用反手发球时，也就是 $p=0$ ，此时得分可能性 q 为 18%；当采用混合发球策略时， q 的值在 18% 到 24% 之间，具体数值取决于 p 的大小。

1. 计算获胜概率

利用上述逐步推导的方法，我们可以计算不同得分可能性下的获胜概率。以只采用正手发球（ $q=24\%$ ）为例，从双方都是 10 分时开始计算：此时的获胜可能性等于 24% 乘以选手再得 1 分（即 11:10）时的获胜可能性，加上 76% 乘以对手再得 1 分（即 10:11）时的获胜可能性。

而 11:10 时的获胜可能性等于 24% 乘以选手再得 1 分（即 12:10）时的获胜可能性（此时选手获胜，可能性为 1），加上 76% 乘以双方都是 11 分时的获胜可能性。双方都是 11 分时的获胜可能性又可以按照类似的方法继续推导，以此类推，最终可以得到比赛开始时选手获胜的可能性。

同样，对于只采用反手发球（ $q=18\%$ ）的情况，也按照上述方法计算获胜可能性。通过计算发现，只采用正手发球时的获胜可能性高于只采用反手发球时的获胜可能性。

2. 优化发球策略

为了找到最优的发球策略，也就是确定 p 的值使得获胜可能性最大，我们可以通过改变 p 的取值，计算

对应的 q 和获胜可能性，进而找到使获胜可能性最大的 p 值。

通过计算可知，当 p 增大时， q 也随之增大，获胜可能性也相应提高。因此，在这种情况下，应尽可能多地采用正手发球。

（四）模型检验与应用

1. 模型检验

采用实验验证法，组织高中学生开展模拟乒乓球赛，基于模型预设发球策略分组实验并记录胜负数据，通过量化评估对比模型预测获胜概率与实验数据。结果表明，模型预测值与观测值显著相关（ $p < 0.05$ ），验证了理论合理性，但受心理、临场发挥等因素影响存在偏差，需优化参数提升精度^[6-7]。

2. 模型应用

该模型在竞技体育领域应用价值显著。赛事决策上，运动员可依实时比分调整策略：劣势时提高正手发球频率增强进攻；领先时用反手稳健发球降低失误。专业训练中，模型可辅助教练员结合运动员发球成功率等指标，设计个性化训练方案，提升发球技术与竞技水平。

三、教学实践案例

（一）教学对象

本教学实践面向高二年级 40 名学生开展。授课对象已系统完成概率、统计等核心课程学习，具备扎实的数学理论基础与问题分析能力，能够运用已学知识对实际问题进行初步探究与逻辑推演。

（二）教学目标

知识与技能目标：掌握数学建模流程，运用概率统计构建模型，形成完整建模能力。

过程与方法目标：通过项目式学习，培养观察分析、探究与协作能力，经历数学建模全周期，强化理论实践结合意识。

情感态度与价值观目标：激发数学兴趣，培育创新与应用能力，深化数学应用认知，增强专业自信。

（三）教学过程

1. 情境导入（10 分钟）

通过播放专业乒乓球赛事片段，引导学生从运动学视角观察发球策略特征。基于赛事场景创设真实问题情境：“在竞技体育背景下，如何通过数学建模实现发球策略的最优化选择？”以此激活学生探究动机，自然引入数学建模主题^[8]。

2. 问题分析（15 分钟）

组织学生开展小组研讨，运用思维导图梳理发球成功率、得分概率、失误风险等关键影响因素。要求学生结合运动实践经验与概率统计知识，建立结构化的问题分析框架，明确数学建模的核心参数与研究变量。

3. 模型建立 (30 分钟)

采用“教师引导-学生主导”的双主体模式, 指导学生完成变量定义、参数设定与模型构建。针对不同发球方式的概率分布计算、获胜可能性推导等难点, 提供分层化指导策略, 帮助学生突破建模技术瓶颈。

4. 模型求解 (25 分钟)

鼓励学生采用“手工推导+软件计算”的混合求解模式, 灵活运用 Excel 数据处理、Matlab 数值计算等工具开展模型运算。通过组内协作、组间交流的互动机制, 构建问题解决共同体; 教师实施动态巡查指导, 及时纠正求解过程中的逻辑错误与技术偏差。

5. 模型检验与应用 (20 分钟)

组织学生将模型计算结果与赛事真实数据进行对比分析, 运用误差分析、敏感性分析等方法评估模型的合理性与局限性。基于检验结论, 引导学生探讨数学模型在实际比赛策略优化中的应用路径与调整方案。

6. 成果展示与评价 (20 分钟)

采用“小组汇报-交叉质询-教师点评”的多元评价机制, 各小组通过 PPT 演示完整呈现建模过程、研究结论及应用建议。通过组间互评、教师专业点评, 构建批判性思维交流平台, 实现知识建构与能力提升的双重目标。

7. 总结反思 (10 分钟)

教师系统梳理数学建模方法论体系, 重点阐释数学核心素养在建模实践中的体现形式。组织学生开展自我效能评估, 通过撰写反思报告总结学习收获, 为后续数学建模学习积累实践经验。

(四) 教学效果评价

通过问卷与访谈结合的方式收集数据显示, 92% 的学生认可数学建模生活化教学模式, 认为有效提升学习兴趣; 87% 的学生表示在问题解决与团队协作能力上有明显提升。

课堂观察量表数据表明, 85% 的学生深度参与建模全过程, 在模型构建与求解验证环节展现出较高专业素养, 教学目标达成度良好。

对学生建模报告分析发现, 90% 的报告符合学术规范, 模型逻辑严谨、求解科学; 15% 的报告提出创新性策略, 体现学生创新与实践能力。

结语

本文以“乒乓球发球策略”为例研究核心素养导向下高中数学建模活动设计, 通过理论与实践表明, 以此为载体的数学建模活动能将抽象数学知识融入生活场景, 显著激发学生学习兴趣与参与度, 其各环节(问题提出、模型构建、求解、检验应用)可系统培养学生数学抽象、逻辑推理、运算、数据分析与建模等核心素养, 且活动设计步骤清晰、资源易获取, 具备高可操作性与推广性,

不仅适用于高中数学教学, 还可为其他领域数学建模活动提供借鉴; 但同时也存在一定局限, 如构建模型时简化了实际场景, 忽略了选手心理状态、临场发挥及对手接发球能力等影响模型准确性的因素, 教学实践以高二年级 40 名学生为样本且时间较短, 导致研究结果代表性与普适性不足, 学习成果评价采用教师与学生自评结合的方式, 指标欠全面细化, 缺乏科学评价核心素养培养效果的工具与方法; 针对这些问题, 后续研究可从三方面推进, 即纳入选手心理状态、对手接发球习惯等变量完善模型以提升准确性与实用性, 增加样本量并在不同年级、学校开展教学实践且延长跟踪周期, 检验活动设计有效性与普适性并观察学生核心素养长期发展, 构建涵盖知识技能、过程方法、情感态度等维度的科学评价体系, 综合运用作品评价、表现性评价、成长档案袋等多元方式评估核心素养培养成效; 总之, 聚焦核心素养的高中数学建模活动设计意义深远, 需持续优化活动与评价体系, 为学生长远发展筑牢根基。

参考文献

- [1] 刘金烁, 徐广, 吕冰. 新课标视野下高中数学建模案例实践与研究——以北京师范大学贵安新区附属中学夏令营活动为例 [J]. 新课程教学(电子版), 2025, (08): 9-12+27.
 - [2] 曹宇欣, 张志旭. 基于 5E 教学模式开展高中数学建模活动探究——以“古典概型”一课为例 [J]. 理科爱好者, 2025, (03): 248-250.
 - [3] 蒋澍. 高中数学教育教学研究年度综述——基于 2024 年《复印报刊资料·高中数学教与学》论文转载情况分析 [J]. 中学教学研究, 2025, (03): 1-5.
 - [4] 武又武. 基于深度学习的高中数学建模教学设计研究——以一道建模问题为例 [J]. 数学之友, 2024, (17): 46-49.
 - [5] 蒋湘湘. 指向核心素养的高中数学建模活动设计及实施的个案研究 [D]. 黄冈师范学院, 2024.
 - [6] 桂小兵. 巧借教材习题设计数学建模活动——以人教 A 版高中数学新教材两道习题为例 [J]. 中学教学参考, 2024, (14): 1-4.
 - [7] 闫伟. 基于核心素养的高中数学建模教学实践与思考——以给定清水量漂洗衣服问题为例 [J]. 教学考试, 2024, (11): 58-63.
 - [8] 李烁, 夏宇晨, 戴阔斌, 等. 基于高阶思维的高中数学建模活动课教学设计研究——以“消费券”模型为例 [J]. 学周刊, 2024, (07): 130-133.
- 基金项目: 本文系定州市教育科学“十四五”规划 2025 年度课题《核心素养导向下高中数学建模活动的设计与实施研究》(课题编号: 2025005)研究成果。