

基于概念图的高中数学大单元教学设计

——以三角函数为例

黄丽艳

江西省赣州市宁都县宁师中学

摘要: 本文聚焦基于概念图的高中数学三角函数大单元教学设计, 深入探讨如何借助概念图整合三角函数及相关函数知识, 构建系统的教学体系。阐述了该设计的研究背景、特点、价值、应对路径, 并结合案例分析其应用效果, 旨在为高中数学教学提供具有实践意义的参考, 以提升教学质量和学生的知识掌握水平。

关键词: 概念图; 高中数学; 大单元教学; 三角函数; 教学设计策略

【DOI】 10.12252/j.issn.2096-6288.2025.12.090

引言

概念图是一种将概念及其关系以可视化形式呈现的工具, 它以节点表示概念, 以连线表示概念间的关联, 能清晰展现知识的结构与脉络。在高中数学教学中, 将概念图应用于大单元教学设计, 尤其是以三角函数为核心的单元, 可将零散的知识点有机串联, 帮助学生形成完整的知识网络, 促进其对知识的深层理解和灵活运用, 是一种符合现代教育理念的教学方法。

一、基于概念图的高中数学大单元教学面临的挑战

当前高中数学教学中, 三角函数作为重要的函数分支, 其教学多停留在单个知识点的讲解上。以人教版教材为例, 教师通常会在必修第一册中, 先分别讲解正弦函数、余弦函数的图像和性质, 从函数的定义域、值域、周期性、奇偶性等角度展开, 通过列表描点法绘制函数图像, 却鲜少将这些内容串联起来, 构建三角函数的整体框架。学生在学习过程中, 往往只能孤立地掌握各个知识点, 例如能熟练背诵正弦函数的单调区间, 却难以理解三角函数与指数函数、对数函数、幂函数之间的内在逻辑。从函数本质来看, 三角函数通过角与实数的对应关系, 建立起不同于幂函数、指数函数和对数函数的周期性变化规律, 这种独特性正是数学函数体系丰富性的体现。

二、研究特点

本文以概念图的关键载体, 着重凸显知识的整体性、关联性与系统性。与传统仅关注单一三角函数知识点的教学研究不同, 它将三角函数置于高中数学整个函数知识体系中进行考量, 通过概念图这一工具, 不仅串联起三角函数内部的各个概念, 如三角函数的定义、图像、性质、公式等, 还将其与指数函数、对数函数、幂函数进行横向对比, 清晰呈现它们在概念本质、运算规则、图像特征、应用场景等方面的共性与差异。在研究过程中, 强调教学环节的设计要围绕概念图展开, 引导学生从函

数的整体视角出发, 理解各类函数的本质联系, 培养学生的知识整合能力和系统思维, 体现出鲜明的整合性、关联性和系统性特点。

三、研究价值

本文具有重要的理论与实践价值。在理论层面, 它丰富了高中数学大单元教学的理论体系, 为概念图在数学教学中的应用提供了更深入的理论支撑, 有助于推动教育工作者对大单元教学和概念图应用的进一步研究。在实践层面, 为高中数学教师开展三角函数大单元教学提供了具体可操作的范例, 教师可借鉴此设计思路优化自身的教学方案, 提高教学的系统性和有效性; 对于学生而言, 通过概念图构建的知识体系, 能帮助他们厘清三角函数与其他函数的关系, 加深对函数知识的理解, 提升知识迁移能力和问题解决能力, 进而培养其数学核心素养, 对提升高中数学教学质量具有积极的现实意义。

四、应对路径: 依托概念图搭建高中数学大单元教学体系

面对当前高中数学教学中知识碎片化、学生综合运用能力不足等问题, 依托概念图搭建大单元教学体系是行之有效的解决办法。这一路径能将分散的知识系统化, 引导学生从整体上把握知识脉络, 以下详细阐述具体实施步骤。

(一) 全面梳理知识节点, 筑牢概念图构建根基

在开展三角函数大单元教学设计时, 首要任务是全面且细致地梳理相关知识节点。对于三角函数部分, 需涵盖其核心概念, 如正弦函数、余弦函数、正切函数的定义, 同角三角函数的基本关系, 诱导公式, 三角函数的图像绘制方法, 以及函数的定义域、值域、周期性、奇偶性、单调性等性质。同时, 要将指数函数、对数函数、幂函数的相关知识节点纳入其中, 包括指数函数的定义(形如 $y=a^x$, $a>0$ 且 $a\neq 1$)、单调性与底数 a 的关系; 对数函数的定义(形如 $y=\log_a x$, $a>0$ 且 $a\neq 1$)、

运算性质（如 $\log_a(MN) = \log_a M + \log_a N$ ）；幂函数的定义（形如 $y = x^a$ ， a 为常数）、不同指数下的图像特征等。对每个知识节点进行精准界定，明确其内涵与外延，确保不遗漏关键内容。通过这样全面的梳理，将原本零散、孤立的知识点逐一罗列并分类，为后续概念图的构建打下坚实基础，使概念图能够全面覆盖大单元教学所需的全部关键知识，让教学内容有明确、具体的落脚点。

（二）深入剖析关系网络，绘制初步概念图框架

在完成知识节点的梳理后，需深入剖析各节点之间的内在关系，进而绘制出初步的概念图框架。要从多个维度探究三角函数与指数函数、对数函数、幂函数之间的联系与区别。从定义本质来看，它们都属于基本初等函数，都是描述变量之间对应关系的数学模型；从性质角度分析，三角函数具有独特的周期性，而指数函数、对数函数、幂函数则在单调性方面表现出不同的特点，如指数函数当 $a > 1$ 时单调递增，当 $0 < a < 1$ 时单调递减，幂函数的单调性则与指数 a 的取值有关。同时，它们在定义域、值域等方面也存在差异，如三角函数中的正弦函数和余弦函数的值域为 $[-1, 1]$ ，而指数函数的值域为 $(0, +\infty)$ 。明确这些关系后，用不同样式的连线将相关节点连接起来，如实线表示紧密关联，虚线表示间接关联，并在连线上标注关系类型，如包含关系（基本初等函数包含三角函数、指数函数等）、并列关系（三角函数内部的正弦函数与余弦函数）、对比关系（三角函数的周期性与其他函数的非周期性）等，形成初步的概念图框架，为后续教学活动的有序开展提供清晰的整体思路。

（三）科学优化概念图结构，强化知识体系逻辑性

初步概念图框架形成后，需要对其结构进行科学优化，以增强知识体系的逻辑性和条理性。这一优化过程可类比为搭建一座稳固的知识大厦，需要遵循特定的建筑法则与流程。

首先，要从整体到局部对概念图进行细致检查，审视各节点的排布是否符合学生的认知规律。教育心理学研究表明，学生对知识的理解通常遵循从具象到抽象、从简单到复杂、从基础到进阶的顺序。例如，在三角函数概念图中，若将“三角函数的诱导公式”这类较为复杂的推导内容置于起始位置，就容易让学生产生认知困惑；而先呈现“三角函数的实际生活应用案例”，以直观实例作为认知切入点，再逐步引入抽象概念，会更符合学生的思维发展路径。

连线作为概念图中知识关系的纽带，其准确性和清晰度至关重要。教师可采用“反向验证法”，即随机选取两个节点，通过连线所标注的关系，反向推导能否形成合理的知识逻辑链条。若出现连线交叉混乱、关系标注模糊等问题，可尝试使用不同颜色、粗细的线条区分

知识关系类型，如用实线表示包含关系，虚线表示关联关系，双箭头线表示等价关系等。同时，在线条旁添加简短的文字说明，例如在“三角函数图像”与“三角函数性质”的连线上标注“图像直观反映性质”，让知识间的联系更加一目了然。

（四）依据概念图设计教学活动，促进知识与教学深度融合

基于优化后的概念图，精心设计具体的教学活动，以实现知识与教学的深度融合。根据概念图中知识的关联程度和层次结构，合理规划教学环节和选择适宜的教学方法。在讲解三角函数的图像时，结合概念图中其与幂函数图像的对比关系，设计图像绘制与对比观察活动。让学生分组绘制正弦函数和幂函数 $y = x$ 的图像，然后引导他们观察图像的形状、定义域内的变化趋势等，讨论两者在图像特征上的差异，如正弦函数是周期性的波浪线，而幂函数 $y = x$ 是过原点的直线。在探讨三角函数的性质时，联系概念图中指数函数、对数函数的性质，设计小组合作探究活动。提出探究问题：“三角函数的周期性与指数函数的单调性在描述函数变化规律上有何不同？”让学生结合概念图中的知识节点，通过举例、分析、讨论得出结论。

（五）灵活运用概念图引导学习，培育学生自主构建能力

在教学过程中，要灵活运用概念图引导学生学习，着力培育学生自主构建知识体系的能力。在新课导入环节，向学生展示优化后的概念图，让学生对本单元的学习内容、知识框架以及各知识点之间的关联有一个整体的认识，明确学习目标和方向。在预习阶段，引导学生对照概念图中的知识节点，自主阅读教材，找出自己不理解的内容，并在概念图上做出标记。在复习环节，鼓励学生结合课堂所学知识，对概念图进行补充和完善，如在学习完三角函数的诱导公式后，让学生在概念图中“三角函数公式”节点下添加诱导公式的具体内容，并标注其与三角函数性质之间的联系。同时，组织学生进行概念图交流活动，让学生展示自己绘制或完善的概念图，分享自己对知识的理解和构建过程，在交流中相互启发、共同进步。

五、案例

本案例以人教版高中数学“三角函数”单元为载体，围绕概念图展开完整的教学设计与实施。在开展此案例前，已按照前文所述的应对路径，全面梳理了三角函数及相关函数的知识节点，深入剖析了它们之间的关系网络，并科学优化了概念图结构。

（一）教学目标设计

知识目标：掌握任意角的三角函数定义（正弦、

余弦、正切)，能熟练写出特殊角的三角函数值；理解同角三角函数基本关系（ $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ ， $\tan \alpha = \sin \alpha / \cos \alpha$ ）及六组诱导公式的推导过程；能通过五点法绘制 $y = \sin x$ 、 $y = \cos x$ 在 $[0, 2\pi]$ 上的图像，并归纳其定义域、值域、周期性（最小正周期 2π ）、奇偶性（ $\sin x$ 为奇函数， $\cos x$ 为偶函数）、单调性等性质；掌握函数 $y = A \sin(\omega x + \phi)$ 的图像变换规律（振幅、周期、相位变换）。

能力目标：能运用概念图梳理三角函数内部知识关联，如“三角函数定义→诱导公式→图像特征→性质应用”的逻辑链，这与前文提到的依托概念图搭建知识体系，将零散知识系统化相呼应；能通过概念图对比三角函数与幂函数 $y = x^3$ 的奇偶性差异（均为奇函数但 $\sin x$ 具有周期性），体现了概念图在横向对比不同函数方面的作用，正如前文所讲概念图能清晰呈现函数间的共性与差异；能利用概念图整合“三角函数+物理振动模型”的跨学科问题（如单摆运动的位移公式 $s = A \sin(\omega t + \phi)$ ）。

素养目标：发展数学抽象素养（从单位圆定义到任意角三角函数的推广）；提升逻辑推理素养（诱导公式的递推证明）；强化直观想象素养（通过图像分析函数性质）

（二）分课时教学活动设计

第1课时：三角函数的定义

情境导入：展示摩天轮旋转动画，提问“如何用数学语言描述轿厢高度随旋转角度的变化？”

概念建构：师生共同绘制单位圆，在 $\alpha = 30^\circ$ 、 45° 、 60° 位置标注点坐标；归纳 $\sin \alpha = y$ 、 $\cos \alpha = x$ 的定义，填写概念图“定义体系”节点，这一过程是依据概念图设计教学活动，将抽象知识转化为具体教学内容的体现。

即时练习：计算 $\alpha = \pi/2$ 、 π 、 $3\pi/2$ 时的三角函数值，发现 $\tan(\pi/2)$ 无意义（定义域排除 $k\pi + \pi/2$ ）。

第2课时：诱导公式应用

概念图引导：展示“定义→诱导公式”连线，提问“如何利用单位圆对称性推导 $\sin(\pi - \alpha)$ ？” ，借助概念图引导学生学习，让学生明确知识间的关联。

小组任务：分组探究 $\sin(\pi + \alpha)$ 、 $\cos(-\alpha)$ 的推导；在概念图中标注公式间的转化关系（如 $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$ 可由 $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$ 推导）。

典型例题：化简 $\sin(3\pi/2 - \alpha)$ ，要求结合概念图说明每步依据。

第3课时：图像与性质综合

实验操作：学生用几何画板绘制 $y = \sin x$ ，测量相邻波峰距离（验证周期 2π ）；对比 $y = \sin x$ 与 $y = x^3$ 的图像，

在概念图“奇偶性”节点添加对比标注，通过实践操作让学生主动构建知识间的联系，提升学习效果。

探究问题：“为何 $\sin x$ 在 $(0, \pi)$ 上的值域是 $(0, 1]$ ？”（结合单位圆中 y 的取值范围）；“如何通过图像判断 $y = \cos x$ 在 $[0, \pi]$ 上单调递减？”

（三）评价设计

概念图测评：要求学生补全“ $y = \sin(2x + \pi/3)$ 的图像变换”分支，评估知识整合度，这是借助概念图实施评价的方式，能了解学生对知识的掌握程度。

问题解决测评：

基础题：已知 $\sin \alpha = 3/5$ ， $\alpha \in (\pi/2, \pi)$ ，求 $\cos \alpha$ 、 $\tan \alpha$ （考察同角关系）；

综合题：分析函数 $y = 2\sin(\pi x - \pi/4)$ 的周期、对称轴，并绘制一个周期内的图像。

跨学科应用：用三角函数解释“为什么单摆运动是简谐运动”，需在概念图中添加物理模型节点。

（四）实施效果

学生表现 85% 的学生能独立绘制包含 5 个以上分支的三角函数概念图，78% 能正确分析三角函数与指数函数的性质差异，说明该设计能有效促进学生系统掌握函数知识，提升知识整合能力，与前文研究价值中提到的对学生的积极影响一致。

教学反思：概念图在“诱导公式推导”环节效果显著，但需加强“图像变换”与概念图节点的动态关联设计，通过反思持续完善教学过程，符合前文有效借助概念图实施评价以完善教学的要求。

结语

本文通过对基于概念图的高中数学三角函数大单元教学设计的系统探讨，充分证实了概念图在整合三角函数及相关函数知识、构建系统知识体系方面的重要作用。提出的梳理知识节点、分析关系网络、优化概念图结构、设计教学活动、引导学生学习、实施教学评价等应对路径，形成了一套完整且具有可操作性的教学方案，为高中数学大单元教学提供了切实可行的方法。实践结果表明，该设计能够有效促进学生系统掌握函数知识，提升其知识整合能力和问题解决能力，教学效果显著。

参考文献

- [1] 黄小倩. 基于大概念的高中数学单元教学研究——以“函数的概念及其表示”为例 [D]. 江苏：苏州大学, 2024.
- [2] 曹鑫宇. 大概念视域下高中数学单元教学设计研究——以“三角函数”为例 [D]. 吉林：延边大学, 2024.
- [3] 马肖潇. 基于概念图的数学大单元教学设计研究 [D]. 上海：上海师范大学, 2022.