

浅谈有理数加减运算的基础作用

董智毅

(新疆生产建设兵团伊犁州四师第二中学 新疆 伊犁州 835004)

摘要 有理数章节引入负数,有别于小学的各种运算,加法减法也相应发生变化,作为代数的基础运算,它存在于整式、分式、方程、函数等众多知识的中。

关键词 有理数; 加减运算; 方程组; 函数

DOI 10.12252/j.issn.2096-627X.2020.08.1073

有理数是初中数学课程的第一个章节,有理数的知识体系决定了它在整个学段起着基础性的作用,区别于小学的数,数学随着自身的发展和实际生活的需要,有理数章节引入负数,对数域在原有的基础上加以扩充,以至于将小学的运算得到了极大的拓展,有理数的加减运算也是如此,它是整个初中代数运算的一个重要的基础部分,它直接关系到有理数运算,实数运算,整式运算,二次根式运算,方程运算,函数知识等众多内容的学习。

有理数的运算中,减法运算可以化归为加法运算,在处理有理数加法运算之前,我们已经让“+”与“-”的不同种意义存在于学生的意识中,正如0不仅仅是过去所表示的“没有”,0也是一个可以表示某个确定的量的数一样,规定某一方为正或负,便可使用“+”与“-”表示相反意义的量,如“上升”与“下降”“前”与“后”“高于”与“低于”“得到”与“失去”“收入”与“支出”等,将实际生活中的量抽象成数学符号,反之也同样赋予了符号在现实生活中的实际意义^[1]。

在有理数加法的讲解中,巧妙的运用数轴来表示物体运动的路径,从而归纳出有理数的加法法则,但对异号两数相加计算错误却不时发生,法则第二条“绝对值不相等的异号两数相加,取绝对值较大的加数的符号,并用较大的绝对值减去较小的绝对值”。错误如 $-4.7 + 3.9 = -8.6$, 原因是对有理数加法法则的理解不够,或者是对“-”的理解不够准确。由此可见“-”比“+”更难以让学生理解和掌握。小学把“-”当作运算符号计算,而初中“-”却必须要作为数的一部分来认识。在讲解有理数的减法时,我们是对生活情境抽象为“加数+加数=和”逆向思维观察得出减法法则,即“减去一个数,等于加上这个数的相反数,符号表示: $a-b = a+(-b)$ ”

它的反向是 $a+(-b) = a-b$ 。当学生问及“在4-3中,“-”什么时候是负号,什么时候是减号时,表明他还没明白 $4+(-3) = 4-3$ 或者 $4-3 = 4+(-3)$ 。而后者可以理解成添括号的过程。

有理数加减运算的基础作用体现在很多方面,如整式、分式、方程、函数等运算中。有理数中的运算,如:一只小虫沿着一条东西朝向放着的木杆爬行觅食,取向东爬行为正,向西爬行为负,在一段时间内小虫从A处开始爬行若干次,最后爬到B处找到了食物,停止爬行,其爬行纪录如下:

+3、-1.5、+2、-4.5、+1.5、-2.5、+6。

(1) B处在A处的何方?相距多远?

通过分析题目,明确解决问题的方法,即把七个数据相加便是答案, $+3+(-1.5)+2+(-4.5)+1.5+(2.5)+6$ 或 $3-1.5+2-4.5+1.5-2.5+6$,前者到后者可看成减法的逆向过程,也是某种简单的去括号过程。“-”在前一个算式中作为性质符号存在,若充分利用加法交换律可得: $3+2+1.5+6+(-1.5)+(-4.5)+(-2.5)$,而在后一个算式作为减号看待更好运算。

整式章节中,我们先认识了单项式、多项式、同类项等,之后进入整式的加减运算。合并同类项中,“合并同类项后,所得项的系数是合并前同类项的系数的和,且字母连同它们的指数不变”,运算过程中可以认为“字母与相同字母的指数不变”,只是各项的系数做了加减运算”,这便又划归到有理数的加减运算。例如: $-6ab-4ab+4ab+6ab$,运算的部分为 $-6-4+4+6$,合理运用加法交换律使得计算更为方便。在解题过程中出现的错误如:

$$\begin{aligned} & -5a+(3a-2)-(3a-7) \\ & =-5a+3a-2-3a+7 \\ & =-5a-2+7 \\ & =-5a-9 \end{aligned}$$

这样因为符号导致的运算错误往往出现在较为简单地运算之中,这里将“-2+7”错误的理解为“2+7”,再处理-2前面的负号,便是对多项式中项的理解不足,或者说理解多项式中所包含的单项式的项的系数必须包含项前面的符号。这里看出学生仍未从小学的减法中扩展出来,与小学减法的不同在于这里多了一项

“-5a”,而习惯的将“-5a”后面的负号忽略,进而只看到“2+7”。

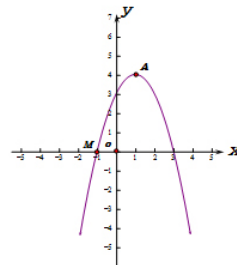
二元一次方程组的解法中,通常采用消元的思想,运用加减消元法或者代入消元法,这取决于对题目未知数系数的分析,如在解二元一次方程组 $\begin{cases} 2x+3y=7 \\ x-3y=-8 \end{cases}$ 时,运用加减消元法,上面的等式加上下面的等式不应如 $(2x+3y)+(x+3y)=7-8$, 便得 $3x+6y=-1$, 无法达到消元的目的,其错误在于对未知数系数的读取有误,而应是 $(2x+3y)+(x-3y)=7-8$, 得 $3x=-1$, 从而达到消元的目的,解答略。

二次函数是初中接触较为复杂的函数,对二次函数的一般式利用配方法获取顶点坐标、抛物线在平面直角坐标系中的平移与对应解析式变化,少不了有理数加减法的参与。例如:如图(1),抛物线 $y_1 = -x^2 + 2x + n$ 经过M(-1, 0)点,顶点为A, (1)求A的坐标。

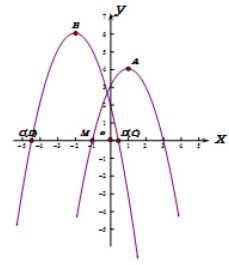
(2)如图(2),将 y_1 先向左平移3个单位,再向上平移2个单位,得到抛物线 y_2 , B为 y_2 的定点, y_2 与 x 轴交于C、D两点,求以A、B、C、M四点围成四边形的面积。分析问题(1), $y_1 = -x^2 + 2x + n$ 经过点M(-1, 0), 于是就有 $0 = -(-1)^2 + 2 \times (-1) + n$, 得出 $n=3$, 即抛物线解析式为 $y_1 = -x^2 + 2x + 3$, 通过配方法求得顶点坐标, 即

$$\begin{aligned} y_1 & = -x^2 + 2x + 3 \\ & = -(x^2 - 2x - 3) \\ & = -(x^2 - 2x + 1 - 1 - 3) \\ & = -(x^2 - 2x + 1 - 4) \\ & = -(x-1)^2 + 4 \end{aligned}$$

所以点A为(1, 4)



(图1)



(图2)

对于问题(2),抛物线在平面直角坐标系中平移,可利用函数平移的方法,即“左加右减,上加下减”的规律去讨论。利用顶点平移可得 $y_2 = -(x-1+3)^2 + 4 + 2$, 整理得 $y_2 = -(x+2)^2 + 6$ 。便可得到点B、C、D的坐标,进而求四边形的面积,解题略^[2]。

有理数的加减运算涉及的题型多变,形式多样,更是可以利用很多不同的巧妙方法来加以解决,在解决问题的过程中,显得有理数加减运算这一基础尤为重要^[3]。

参考文献

- [1]刘鑫.有理数的加减运算需要梳理[J].中小学数学(初中版),2020(06):4-6.
- [2]孙东霞,高孝军.对一道有理数加减乘除混合运算习题的研究[J].中小学数学(初中版),2019(10):47-48.
- [3]王小龙.利用转化思想解决问题的心理困难——学生有理数加减混合运算易错的分析[J].中华少年,2019(21):223.

浅谈数学课堂中培养小学生数感

何立辉

(河北省承德市宽城满族自治县第三小学 河北 承德 067600)

摘要 数感是指一个人对数的敏锐、精确、丰富的感悟,是一个人对数与运算的一般理解。这种理解可以帮助人们用灵活的方法做出数学判断,并为解决复杂问题提出有用的策略,也可以说数感是一种数学素养。本文就数学课堂中培养小学生数感进行分析。

关键词 数学课堂; 培养; 小学生; 数感

DOI 10.12252/j.issn.2096-627X.2020.08.1074

培养学生数感,目的就在于使学生学会数学地思考,学会用数学的方法理解和解释现实问题。数感的培养是培养学生创新精神与实践能力的,让学生有更多的机会接触和体验数学问题,表达自己对问题的看法,让小学生在数学学习的过程中逐步

建立数感,发展数感,实现真正意义上的建构数学学习,是新课改下小学数学教育的重要任务之一。

一、创设生活情境,启蒙数感