数学归纳法在高中数学中的应用

何玉兰

（重庆市涪陵城区第十四小学校　重庆　408100）

[摘　要]数学归纳法是用来证明某些与自然数有关的数学命题的一种重要的教学工具，它不仅在中学数学的学习中有很大应用，而且在研究有关高等数学的学习中也是一种很重要的途径。数学归纳法在于通过特殊推向一般命题，它将用于有限跨越无限整数的桥梁，主要用于证明有关自然数集的命题，代数恒（不）等式，数列问题，几何证明，整除性问题以及函数迭代，本文主要用来阐述数学归纳法在中学数学方面的一些简单分析，目的在于能够培养学生的逻辑思维能力，推理能力和解决有关整体性问题的能力。它的内容严谨简洁，方法奇巧独特，它展示近代数学中最典型的、最基本的概念、思想、方法和技巧。思维方式通常是观察、归纳、猜想、论证的数学思想方法，纵观数学的解题思路中这些数学方法是我们最常见，但学生平时的循规蹈矩导致错误在于不能真正的理解思维上的定势，因此。我们要在学习中克服存在的弊端，充分发挥其优势，更好的帮我们解决相应的问题。

[关键词]数学归纳法；不完全归纳法；完全归纳法；高中数学；应用

【DOI】10.12252/j.issn.2096-627X.2021.04.2006

一、引言

数学归纳法是用来证明有关自然数命题的一种推理方式，在数学题中为强有力的论证工具，数学归纳法的思想由特殊命题推广到一般命题。内容严谨简洁，方法奇巧独特，展示近代数学中最典型的、最基本的概念、思想。思维方式通常是观察、归纳、猜想、论证的数学思想方法在其他领域中广泛应用，因此研究本学科中蕴含的数学思想方法的正确应用是有必要的。

随着课程改革的深入，高中数学学习中出现大量有关数学归纳法的命题，普遍的人认为学习数学归纳法侧重于掌握相关知识，学生从开始学习到完全掌握在教学学习中是一个重点，然而，学生平时的循规蹈矩，使得接受并巧妙运用有成一大难题点，突破这个重难点的关键在与学生能够正确理解其实质。其次，在国家大力提倡素质教育的新时期，能够巧妙地结合数、式、形的构造与转化训练，对数学归纳法原理的理解，蕴含着递归与递推，归纳与推理，特殊到一般，有限到无限的数学思维方式和方法，对学生思维发展有积极的影响。

二、数学归纳法的来源

从有穷跨越到无穷，面对由无穷多个命题组成的联言命题，意大利数学家莫洛里克斯首先提出了如今称为数学归纳法的巧妙构思。由英国数学家德.摩根（1806-1871）命名，最终有意大利数学家皮亚诺于1891年自然数公理时，列为归纳公理为其奠定了坚实的逻辑基础。1886年著名数学家克隆尼克说：“自然数是上帝创造的，其余的都是人造的，”后来魏尔斯特拉斯（Weierstrstrass，1815-1897）认为，只要承认存在自然数，建立实数就不需要进一步的公理，直到19世纪，数学家们就把数的本质的中心放在自然数的公理化定义上来，出色地完成这一工作的是意大利数学家皮亚诺（Peano.G）.1901年，他在著作《数学的陈述》中给出了著名的皮亚诺自然数公理：

三、数学归纳法中注意的几个点

（一）数学归纳法的局限性

当利用数学归纳法证明自然数相关命题时，则不能将思维定势在只要是自然数命题都可以用数学归纳法来解决，比如“哥德巴赫猜想”的有关问题只有我国数学家陈景润可以证明，因此它存在一定的局限性。

（二）数学归纳法的完整性

（三）数学归纳法不能机械套用

（四）假设位置适用不当

主要表现在假设位置不当，则导致关键点不明了，解题上有　一个巧妙的技巧，即当n=k+1时，将其代入假设后向中间靠拢，但不能省略中间的过程，也不能对中间的部分模棱两可。

四、数学归纳法在几种命题中的应用

（一）运用数学归纳法证明恒等式

例1：证明等式$1+2+3+\Lambda+n=\frac{n(n+1)}{2}$

例2：证明等式$1^3+2^3+3^3+\Lambda\ n^3=(\frac{n(n+1)}{2})^2$

（二）运用数学归纳法证明不等式

例1：证明$2^m>m^2$，（m是任意正整数）

（三）运用数学归纳法证明数列的求和公式

例1：已知等差数列$a_1,a_2,a_{3\Lambda}\,a_n$，求证　$a_n=a_1+(n-1)d,s_n=\frac{n(a_1+a_n)}{2}$

例2：已知等比数列$b_1,b_2,b_3,\Lambda\ b_n$，求证$b_n=b_1q^{n-1},s_n=\frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$

（四）运用数学归纳法证明整除性问题

例1：设m为自然数，求证8^m+3m-1能被10整除。

例2：设自然数x，证明p^x+q^x能被x+y整除。

（五）运用数学归纳法证明函数迭代公式

例1：已知$f(x)=px,求f^{(n)}(x)$.

例2：已知$f(x)=\frac{x}{\sqrt{1+x^2}},g(x)=\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$，求$f^{(n)}(x)和g^{(x)}(x)$。

五、数学归纳法在高中数学中的地位与作用

数学归纳法在高中数学中有着很重要的地位与作用，由以下几点来阐述：

1.从教材角度分析：在高中数学中许多公式、定义、定理的证明都用到数学归纳法，例如，二项式定理、等差、等比数列以及很多有关自然数大多数命题都可以用它来证明。

2.从考试教度分析：数学归纳法在高中数学中占有很重要的位置，也是必修考试必考的知识点，在考试中占有一定的比分。

3.从能力培养分析：第一点，为学生在解决问题时提供了一种重要的解题方法，第二点，有助于学生在学习过程养成严谨求实的态度和理解数学本质存在的联系。

4.从未来发展角度：数学归纳法在计算机科学，生物学，物理学，经济学等循环递归的处理领域得到广泛的应用。

六、总结

总之，当证明n=k+1成立时，经常要用到一些技巧，一假设二凑结论并进行相应的加减，拆项，不等式的放缩等转换，从而使得命题的论证变得有规律简单，需要大量的证明总结与不断地积累，学会时刻牢记奠基步骤与归纳步骤是不可或缺的，只为在解题中能够增加其可靠性。它对于学生在学习观察，归纳，猜想，论证等方面有很大的帮助，如在二项式定理，等差，等比数列前n项和的求解证明，能够进一步帮助学生理解教材和掌握巩固知识点，其次在高等数学的解题中也将用到，所以是一种必不可少的解题方法。

参考文献

[1]姚文孝.数学思想方法论选[M]北京师范大学出版社，2001.

[2]蔡文蔚.数学归纳法[M]北京科学出版社，2002

[3]波利亚（Polya，G）著；涂泓，冯承天译.怎样解题[M]上海科技教育出版社，2002.