合理定位变量有效解决双变量最值问题

秦华玉

（东平高级中学　山东　泰安　271500）

[摘　要]近年来，二元变量最大值问题的研究在各省非常频繁。这些问题是复杂的、困难的、全面的，涉及函数、不等式、线性规划、解析几何及导数等诸多高中数学重点知识，更体现了函数思想、转化化归思想及数形结合等若干核心数学思想的应用.学好二元变量最值的求解是函数部分的一大重点.

[关键词]合理定位；变量；双变量

【DOI】10.12252/j.issn.2096-627X.2021.04.235

引言

目前，对于学生的二元变量问题被教育部门十分的重视，这是因为这一类的方程式具有一定的复杂性，并且所涉及的知识点是比较多的，因此，要想让学生学好这一知识点，就需要通过大量的例题去进行分析。

一、变量概念

变数来自数学，是指计算机语言中抽象的、能够存储计算结果或表示值的变量，可通过变量名存取。变量在指令式语言中通常是可变的；但是在 Haskell等纯函数式语言中可能是不可变的。有些语言可能会将变量定义为可以表示可变状态的抽象（如 JavaVisualBasic），但其他语言可能会使用其他概念来描述这种抽象，而不会严格定义“变量”的精确外延。因为变量允许将程序中准备使用的每个数据块分配给一个简短且容易记忆的名称，所以这些变量非常有用。变数可储存程式执行阶段使用者输入的资料（例如使用InputBox功能在萤幕上显示对话方块，然后将使用者输入的文字储存至变数中）、特定操作的结果，以及要在表单上显示的资料片段等。总之，变量是一个简单的工具，用来跟踪几乎所有类型的信息。如果在声明变量之后没有赋值，编译器将自动提示并给默认值。变数是一个方便的占位符，用来引用电脑记忆体地址，这个占位符可以储存程式资讯在执行阶段的变化。举例来说，可以创建一个名为 ClickCount的变量来存储用户在 Web页面上点击了多少次对象。不需要知道变量在计算机内存中的地址，只需通过变量名引用它就能看到或改变变量的值。由于 VBScript中只有一种基本数据类型，即 Variant，所以所有变量的数据类型都是 Variant。

二、例题

（一）例题一

（1）不等式ax2+4x+a>1-2x在x∈R上恒成立，则a的范围是多少?（2）不等式ax2+4x +a >]-2x2对| a1≤2的所有a恒成立，求x范围是多少?这是我们经常遇到的两道二元变量的不等式恒.

成立问题：

对于问题（1）因为给出的是x的范围，我们可以视x为主元，a为参数，移项，整理原问题等价于（a +2）x2 +4x+（a-1）>0对x∈R恒成立，对参数a 进行讨论：1’.a =-2时，不等式可化为4x -3 > 0，解之得x > 对x ∈R不恒成立，不合题意.42’.a≠-2时，可以构造一元二次函数f（x）=（a + 2）x2 +4x+（a-1），只需保证开口向上，与x轴无交点即可→[a+2>0，=a>1A=16-4（a+2）（a-1）<0，

2.综上a的范围为a >2.当然如果视a为参数还可 以分离参数，即a >二 2x2-4x + 1，构造函数g（x）x2+1= - 2x2-4x+1 只需a > g（x）max即可.x’+1对于问题（2）因为给出的是a的范围，我们可以视a为主元，x为参数，移项，构造关于a的一次函 数h（a）=（x2 + 1）a +2x2 +4x-1，：x2+1 > 0，.h（a）单调递增，只需h（-2）=-2x2 -2 +2x2 +3、4x-1=4x-3>0=x>-4

从以上两个问题可以看出，问题中的变量和参数是相对的，只是不同的话题和不同的情境。一般来说，我们可以总结为谁被赋予范围，谁是主元，谁被要求范围，谁是参数。这样才能理解二元问题的真谛，快速解决问题，在引导学生分析和讨论典型问题的过程中，更应注重能力的培养，特别是方法和技巧的总结和概括，这样才能有效提升学生的数学思维能力.下面让我们再看一例。

（二）例题二

设实数a，b满足1≤b≤a≤/3，则a’+b2-1/ab的最大值为多少?

这是一道典型的二元变量求最值问题，仔细分析问题，发现a，b间无等量关系，常规的一些方法，如消元，基本不等式，线性规划都解决不了问题.若a，b都在变，则最值很难研究.我们不妨定一个，动一个，即一个看做变量，另一个看做参数.

第一步：视a为变量，b为参数可以构造关于a的函数f（a）=1/b[a+（b^2-1/a）]，对参数b进行讨论：

（1）当b=1时，f（a）= a，又因为 b≤a≤√3，所以（f（a））$_{max}$=√3

（2）当b≠1时，函数f（a）=1/b（a+（b2-1/a），（≤a≤/3）是“耐克函数”，因为√b^2-1≤b≤a≤√3，所以f（a）=1/b（a+b^2-1/a）（b≤a≤3）在[b，√3]上单调递增。所以，当a=√3的时候，f（a）$_{max}$=1/b（√3+b^2-1/√3）=2√3/3*1/b+b/√3.

第二步：再视b为变量，构造函数g（b）= 2√3/3*1/b+b/√3（1≤b≤√3），还是“耐克函数”，在[1，√2]上单调递减，在[√2，√3]单调递增，所以g（b）$_{max}$ =max {g（1），g（3）}=√3

综上所述，a^2+b^2-1/ab的最大值是√3，以上解双变量问题的核心思想为定一变一，即确定一个为主元，另一个为参数，这样就可以构造函数，利用函数思想来解决问题，所以合理定位主元，参数是打通解题通道的关键.

（三）例题三

已知函数f（x）= x2 +ax +b（a，b∈R），若存在非零实数t使得f（t）+f（一）=-2，则a2 +4b2的最小值是多少?

解析：此题表面看上去有四个变量x，a，b，t，但只要将问题与已有条件结合起来，便可顺利转化，学习和掌握等价转化思想有利于我们从更深刻层次去揭示数学知识和方法的内在联系，从而提高分析问题，解决问题的能力。存在实数1，使得f（t）+f（二）=-2等价于方程t^2+at+b+（1/t）+b=-2有解，即（t+1/t）^{2}+a（t+1/t）+2b=0有解，既（t+1/t）^{2}+ a（t +-）+2b =0有解，令m =t+1/t（m≥2或m≤-2），

原方程等价于方程m2+am，+2b=0在rm∈（-∞，-2]∪[2，+∞）上有解.若视m为主元，a，b为参数，则问题可转化为一元二次方程的区间根问题将会非常复杂，许多同学将会感到非常困难，但是关注到目标式a2 +（2b）2的最小值的几何意义为两点距离的平方和，所以我们可以换个角度，更换主元，视a，b为主元，令u=a，v=2b重新整理，原命 题可以等价于mu+u+m2 =0（视a，b为主元，则其 表示一条直线方程），而目标式a2 +（2b）2 = u2+v2表示直线上的动点（u，）到原点（0，0）的距离的平方的最小值，又d^2=（m^2/√m^2+1）^{2}=m^4/m^2+1（m^2≥4），令n=m^2+1（n≥5），则d^2=（n-1）^{2}/n=n+1/n-2，在[5，+∞）上单调递增，当n=5时，（d^2）min=16/5.

总结：以上就是针对合理定位变量解决双变量最值等相关内容进行的论述。简而言之，通过我们发现题目所给的条件越来越精炼，没有了明显的提醒，这就对学生的能力提出了更高的要求，所以我们需要对变量仔细解读，然后合理的定位，从而解决双变量最值问题

参考文献

[1]林钦.双变量最值问题的教学对策探究[J].数理化学习（教育理论），2019，000（007）：29-30.

[2]杨帆.如何研究双变量的最值问题[J].数理化解题研究：高中版，2017，000（011）：20-22.

[3]费聿娜.求解双变量最值问题的多种视角[J].高中数理化，2018，000（013）：27-28.

[4]史平笼.双变量的任意性问题解法探究[J].语数外学习：数学教育，2019，000（002）：P.36-36.