从特例启发学生思维

陈华
（湖北咸宁职业教育集团学校公共基础部　湖北　咸宁　437100）

[摘　要]在职业学校的数学教学中，调动学生学习积极性和思维能力，是教学中重要环节。数学中的逻辑思维能力是指：根据正确思维规律和形式，对数学对象属性进行分析综合、抽象概括、推理证明的能力，培育学生思维能力的途径非常广泛，下面我就发展学生思维能力，在解题中的先导作用，作些浅显的论述。

[关键词]数学教学；逻辑思维
【DOI】10.12252/j.issn.2096-627X.2021.05.331

一、教师的师范与学生的潜移默化

数学教材内容是通过逻辑论证来叙述的，数学中的运算、证明、作图都蕴含着逻辑推理的过程。因此在传授数学知识的过程中，教师严格遵守逻辑思维规律。正确运用逻辑思维形式，作出示范是培养学生逻辑思维的宽广途径。

例如，在实数范围内，关于x的方程 $x^2+1=0$无实根，但在复数范围内则有根。在平面几何中，“垂直于同一条直线两条直线平行”，但在立体几何中就不正确了。又如：对于函数的概念，有的教材是利用集合的单值对应来定义的，根据这个观点二次函数$y=x^2$必须把定义域缩小为$X\geqslant 0$或$x\leqslant 0$，才有反函数。

因此，这就需要老师在教学中正确引导，使学生搞清楚每个问题在什么条件下或什么范围内考虑，然后用正确的思维规律和形式进行推理和论证，使学生明白一些数学论证是在一定的逻辑系统中进行的。

二、“特殊”引路，是培养学生积极思维的有效方法

根据辩证法的观点，普遍性寓于特殊性中，并通过特殊性表现出来。所以通过个别特殊情况的讨论，往往有助于我们感知问题的关键和本质，这就是通常所说的“特殊化”方法：归纳，猜想，证明的解题思路，这是特殊引路的典型方法。

是否存在常数a、b、c使得$a_n=an^2+b.n+c$ 且满足$a_1=1$，$3S_n=$（n+2）a_n 对一切自然数n都成立（其中$S_n=a_1+a_2+a_{3+...+a}n$）试证明你的结论。

分析：既然题目要求判断等式是否对一切自然数n都成立，那么不妨从特殊的几个值去考察，

令n=1得 a+b+c=1　　　　（1）

令n=2得 $a_1+a_2=s_2=\frac{1}{3}$（2+2）a_2 得$a_2=3$

即　　　4a+2b+c=6　　　　（2）

令n=3得 $a_1+a_2+a_{3=}\frac{1}{3}$（3+2）$a_3$ 的$a_3=6$

即　　9a+3b+c=6　　　　（3）

由（1）（2）（3）解得 $a=\frac{1}{2}$，$b=\frac{1}{2}$，c=0

所以$a_n=\frac{1}{2}n$（n+1），这样就不难用数学归纳法证明这个成立（证明省略）

这些例子充分说明，从特殊情况出发，很快就会找到正确的解题方法。

三、课堂中充分暴露教师自己的思维过程

教师在评讲习题的过程中，要善于暴露自己的失败或漏洞，让学生看清教师的思维过程，展示教师在寻找解题途径时碰到那些墙壁？如何转弯？让学生体会碰壁转弯的经验，培养学生的应变能力。

例2 直线l过p（2，3）点且在两坐标轴上的截距相等，求直线l的方程。（全国中等卫生学校数学教材P_{24}）

分析：若设直线l的方程为$\frac{x}{a}+\frac{y}{a}=1$（a为截距），p（2，3）点在直线上　则有$\frac{2}{a}+\frac{3}{a}=1$得a=5所以直线l方程为x+y=5　到此很多学生认为解题完毕，其实这种解法最容易忽略的地方是截距的取值范围为R，所以当直线过原点时，在x y轴上的截距相等，均为零。这本题应补上l的另外一个方程 $y=\frac{3}{2}x$这说明应用特定系数法求直线方程时，对所设的方程应全面考虑，适当考虑方程的形式。经这种引导后，学生积极性很高，自然想到直线方程的其他形式（点斜式）。设直线方程为 y-3=k（x-2）. 令x=0 得y=3-2k　令y=0得　$x=2-\frac{3}{k}$（显然$k\neq 0$）有题意得$3-2k=2-\frac{3}{k}$ 解得 k=1或$k=\frac{3}{2}$　所以直线l方程有两条

X+y=5 或$y=\frac{3}{2}x$　.

四、以学生为主体，多角度思考问题

基本知识、技能的落实，在教学中反复强调，往往会引起学生的厌烦，为此教师有目的的选取一些能涉及较多的知识点，富于启迪性的例子予以讲解，共同讨论，适当点拨，有助于调动学生的积极性和主动思考。

例3 已知x y 为非零复数，且丨x- y丨=丨x+y丨

求证$\frac{x}{y}$为纯虚数。

分析：因为xy为非零复数，则可应当学生从以下几个方面思考（1）利用复数的代数形式；（2）复数的三角形式；（3）复数摸的概念；（4）复数摸的几何意义等几个方面来证明（证明省略）。这样通过一题多解，正确运用逻辑形式、加强数学推理证明的训练，多角度思考问题，使问题迎刃而解。

五、准确理解合理转换

在数学中，由于有些问题具有新颖性、灵活性，因此在解题的过程中始终是一个不断转化的过程，若转化恰当问题能迅速获解。为此就要求学生在解决问题前，认真审题，合理转化，教师辅之以必要的指导和总结，使学生思维得以迅速开展。

例4 若$\cos^2\beta+2m\sin\beta-2m<0$对一切$\beta\in R$恒成立，求实数m的取值范围。

分析：把原不等式整理得 $\sin^2\beta+2m\sin\beta+2m+1>0$

令$x=\sin\beta$ 则$x\in[-1,+1]$（代换思想）

设f（x）$=x^2+2mx+2m+1$（函数思想）则题意变为对于一切$x\in[-1,+1]$，f（x）>0恒成立（转换思想）

而f（x）是开口向上，对称轴为x=m的抛物线的一部分，要使命题成立，由图像知（数形结合思想）

（1）$m\leqslant -1$时 f（-1）>0

（2）$m\geqslant 1$时 f（1）>0

（3）$-1<m<1$　$\triangle<0$（分类讨论思维）这样通过解题过程中对数学基本概念的准确理解，对题目深挖批注，使学生更加理解数学思想增强学生自觉应用数学转化思想意识。

参考文献

[1]尹佐兰.复杂性思维视域下的数学思维品质培养研究[D].华中师范大学，2018.

作者简介：
陈华：男；汉族；湖北省咸宁市；单位：湖北咸宁职业教育集团学校；职称：副高；研究方向：职业教育.