微分方程在数学建模中的应用

杜鹏
（湖南科技职业学院　湖南　长沙　410001）

[摘　要]如今，在学习微积分的过程中，经常会运用到数学建模的方法。数学建模的难度比较大，但是效果非常好。将数学建模思想纳入微积分学习课程，供学生讨论研究，更好地理解数学建模思想，更好地学习微积分。

[关键词]数学建模；微积分；应用
【DOI】10.12252/j.issn.2096-627X.2021.06.852

引言

数学建模是运用数学方法解决现实世界各种问题的重要途径，随着计算机技术应用范围的增加，数学的应用范围在不断扩展，数学建模的作用越来越重要，被应用在不同的领域中。用微分方程解决现实问题的关键是建立微分方程的数学模型。这需要首先根据实际问题提供的条件选择和确定模型中的变量，然后根据物理、化学、生物学、经济学等相关领域找出这些变量遵循的规律，以微分方程的形式表示。

一、数学建模的基本理解

（一）数学建模的定义

数学建模是指运用数学原理和方法对实际问题进行解决的整个过程，包含对实际问题的简化与假设、模型的构建与求解、结果的分析与评价、模型的验证与应用等。简而言之，数学模型是关于现实世界的一部分，其创建的特殊目的是作为一个抽象的、简化的结构。具体而言，数学模型是对客观事物的性质和内部联系进行描述的数学结构图表、框图和其他表示形式，运用字母、数字等形式列出方程或者不等式。数学建模属于数学模型的一种，即通过抽象和简化现实世界的问题来确定变量和参数，并应用一定的规律来建立变量和参数之间的特定关系来解决各种现实世界问题的方法。

（二）数学建模的过程

当在研究实际问题的过程中，存在定量的情况，需要进行仔细的分析与研究，以了解与问题相关的信息。使用基于合理、简化的假设和内部规律分析的数学符号，通过数学公式进行表示，也就是常说的数学模型，并使用计算出的模型结果来描述现实世界中的问题。并接受实际检验。建立数学模型的整个过程称为数学建模，数学建模是指从模型的准备、假设、构建、求解、分析、验证、应用等全过程。

（三）数学建模的意义

第一，在通用工程技能领域，数学建模是非常重要的。数学建模在机械、机电、土木、水利、建筑等工程技术领域中应用的范围非常广。随着新技术和新工艺的不断出现，应用数学解决方法来解决问题的重要性在不断提升，而随着高速和大规模计算机的快速发展对实际问题的解决能力也在不断提升。通过将数学模型和计算机模拟技术进行有效结合的CAD技术，在速度、经济性和便利性方面具有极大优势，能够快速解决应用数学模型无法解决的问题（例如，水利工程中水坝的应力计算），取代了物理模拟和其他手段。第二，在高科技领域，数学建模几乎是必不可少的工具。无论是开发先进技术本身，如通信、航空航天、微电子和自动化，还是利用传统行业的先进技术来创造新工艺和开发新产品，经常会用的是计算机技术辅助建模和仿真方法。将数学建模、数值计算和计算机图形学进行有效结合的计算机软件，在众多高科技领域中发挥着关键作用，具有很高的应用价值。

二、微分方程的理解

纵观微分方程发展的历史，微分方程与物理学、天文学和科学技术的发展之间有着非常密切的联系。牛顿在对天体力学以及机械力学进行演技迦过程中，通过运用微分方程的方法，在理论上计算出行星运动的规律。后来，法国的天文学家以及英国天文学家应用微分方程计算的方法计算出了海王星的位置。这也证明了运用微分方程的方法能够帮助人们更好的探索大自然。微分方程是由自变量、未知函数及其导数所组成的表达式。在对实际问题进行探索的过程中，满足微分方程关系的数学模型有很多。微分方程是对实际问题进行解决的重要手段。将微分方程与数学建模进行有效地融合，可以让微分方程在实际应用中发挥更大的作用，可以解决更多的实际问题，带来更好的效益。

三、将微分方程应用于数学建模

（一）极值在数学建模中的应用

在学习微积分的应用时，极值是一个非常重要的应用。假设 的导数存在于 且 的导数为零，则 成为的驻点。如果 的二阶导数是存在的，且的二阶导数不为零，那么可以得出以下结论：如果 的二阶导数小于零，则 是最大值。如果 的二阶导数大于零，则是最小值。因此，极值问题主要可以解决数学建模中最有价值的问题，例如：第一，求在点的行进路径上花费的最短时间：假设一个点从A点行进到B点，并且速度保持恒定为。找到最短的时间。第二，最短路径：运动轨迹上从A点到B点的最短时间。第三，选择问题：如何选择最好的？

（二）代数在数学建模中的应用

一般来说，微积分中的向量代数主要是解决空间几何中的距离问题。那么向量代数是如何解决数学建模问题的。同样，向量代数也是解决数学建模问题的示例问题。群体之间基因亲近的频率和程度是多少？判断两个对象的异同问题。

（三）微分方程与数学建模的融合运用

微分方程建模是数学中用微分方程解决实际问题的重要表现方式，使用的频率比较高，准确性好，因此在物理、力学、工程、生物、医学、经济学等不同领域中都有比较大范围的应用。用微分方程理论为现实世界的各种问题建立的数学模型一般都是动态的。虽然结果看起来很简单，但是整个推导过程是非常复杂的，需要选择比较合适的切入点，把微分方程与数学建模进行有效地结合能够更好的表现出数学建模的整体思想。在对实际生活中的时间（或空间）的演变、分析变化情况、预测未来的发展以及研究控制措施时，通常会建立动态模型。对象微分方程建模的一般性。

结语

目前，数学模型在社会不同领域中应用的范围非常广，在进行定量分析以及对决策进行优化的过程中，对数学模型的使用率非常高，数学模型的构建能够有效地解决实际问题。在数学模型构建的过程中，会进行相应的假设，首先，应该忽略实际问题中许多与数量无关的因素。比如，在这个例子中忽略了一个人的年龄、性别、健康状况等。其次，一些可以从本质上反映现实世界问题的定量规律的琐碎的定量因素应该被忽略。随着科学技术水平的提升，对微分方程的数学建模运用的领域会不断增加，将微积分与数学建模进行有效地结合，能够更好的解决现实中的问题。

参考文献

[1]李伯德.数学建模方法[M].兰州：甘肃教育出版社，2005.

[2]方芳.常微分方程理论在数学建模中的简单应用[D].合肥：安徽大学，2010.