高中数学多面体外接球半径的计算方法之一定心大法

陈小平

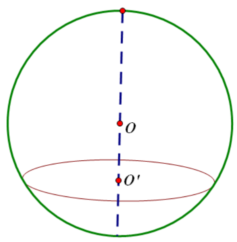
（巴州第二中学　新疆　巴州　841000）

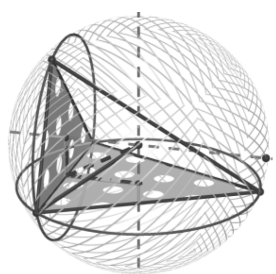
[摘　要]高考数学中，多面体的外接球经常出现在我们面前，学生面对多面体的外接球往往束手无策，老师在讲解多面体外接球时也时常感到力不从心，其实，不管求多面体外接球的体积，还是求多面体外接球的表面积，其核心思想就是要求出其半径，要求出其半径，核心思想就是要找到球心，所以，如何找到外接球的球心是我们的关键。

[关键词]多面体外接球；三棱锥；顶点在球面上

【DOI】10.12252/j.issn.2096-627X.2021.06.1024

首先，我们要知道球是一个对称图形，用任意一个平面切球都会切出一个圆面来，过这个圆的圆心，作一条直线垂直于这个圆，这条直线必定过球的球心，如图。这条直线和球的两个交点之间的距离就是球的直径。



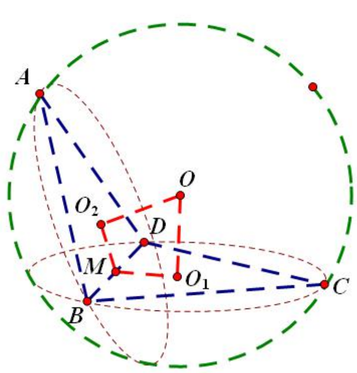


当我们能找到两条直径时，两直径的交点就是球心，球心到球上任意一个的点的距离就是球半径。

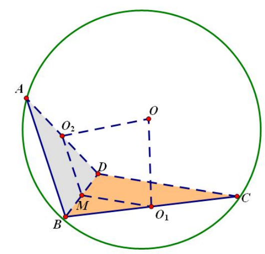
构成圆面时，经常和三角形结合，因为，任何一个三角形一定有一个外接圆。

例如、已知边长为$2\sqrt{3}$的菱形$ABCD$中，$\angle A=60°$，现沿对角线BD折起，使得二面角$A-BD-C$为$120°$，此时点A，B，C，D在同一个球面上，则该球的表面积为？

如图，找到ΔABD外接圆的圆心O_2，过O_2作ΔABD外接圆的垂线，找到ΔBDC外接圆的圆心O_1，过O_1作三角形ΔBDC外接圆的垂线，两垂线的交点就是球心O，过O_2作BD的垂线，交点为M，易知OO_1MO_2在一个平面上，且$\angle O_1MO_2$为二面角的大小，易算出OO_1的长，进而可以算球的半径为$\sqrt{7}$，所以，该球的表面积为28π。我们在给学生讲解时，可以借助多媒体软件，画更为直观的图像，然后引领学生自己画出图形，进而引导学生的空间想象能力。我们还可以带领学生用纸折出这个多面体的图形，然后结合所学知识，找到球心，进而计算。

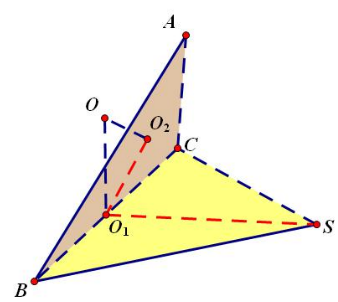


学生掌握了基本思想后，还要带领学生进行练习，例如、平行四边形$ABCD$中，ΔABD是腰长为2的等腰直角三角形，$\angle ABD=90°$，现将ABD沿BD折起，使二面角$A-BD-C$的大小为$\frac{2\pi}{3}$，若A,B,C,D四点在同一球面上，则该球的表面积为多少？



如图，易知ΔABD所在圆面的圆心为AD中点O_2，ΔBCD所在圆面的圆心在BC中点O_1，分别过O_1,O_2作面的垂线，交于O，则O为球心，过O_1作BD的垂线交BD于M，连接O_2M，易知$\angle O_1MO_2$为$\frac{2\pi}{3}$，易算出$O_1M=1$，连接OM，易算出$OO_1=\sqrt{3}$，$O_1C=\sqrt{2}$，所以球的半径$R=OC=\sqrt{5}$，球的表面积为20π。

这些二面角都是钝角，球心在二面角的中间，当我们遇到二面角为锐角时，还要带领学生发挥空间想象能力，引导学生找到球心的位置，例如，三棱锥$S-ABC$的底面是边长为12的等边三角形，$SB=SC=6\sqrt{2}$，二面角$S-BC-A$为$60°$，则三棱锥$S-ABC$的外接球的表面积为多少？



如图，易知ΔSBC为等腰直角三角形，其所在圆面的圆心在BC中点O_1处，ΔABC为等边三角形，其所在圆面的圆心在ΔABC重心O_2处，分别过O_1,O_2作两个面的垂线，交点O为球心，此时球心在多面体$A-SBC$外面，$\angle O_2O_1S$为二面角的大小。易算出$O_2O_1=2\sqrt{3}$，$\angle OO_1O_2=30°$，所以$OO_2=2$，$OO_1=4$，球的半径$R=\sqrt{52}$，所以三棱锥$S-ABC$的外接球的表面积为208π。

总之，求多面体外接球的半径时，要引导学生发挥空间想象能力，我们更应该借助多媒体教学，更应该引导学生动手能力，用纸折出多面体的图形来，再引领学生把理论和实际结合去解决问题。

参考文献

[1]王英君.浅谈多面体外接球半径的求法[J].高考.2019，（19）