

## 整体视角下小学整数乘法运算能力提升的策略研究

夏婵红 董露丹

(富阳区灵桥镇中心小学 浙江 杭州 311418)

**[摘要]**运算能力是数学课程标准提出的十大关键词之一,是小学数学教学过程中至关重要的一部分,是一切数学学习的根底。教师要以整体视角展开课堂教学,关联运算的“意义—算理—算法—算律”,让学生的运算能力能自然延伸、有序生长。

**[关键词]**整数乘法;运算能力;策略研究

**[DOI]** 10.12252/j.issn.2096-627X.2021.09.1061

## 引言

在小学数学教学中,运算能力是一切数学的根底,但是在实际的教学中,孩子们的运算往往存在着很多问题。很多孩子陷入分析运算能力的困境:意义认知不清晰、算理理解不到位、算法掌握不熟练等。针对学生的学习困境,需要思考的是如何在教学中寻求切合学情的教学策略,来打通从意义到算理,再到算法的教学脉络。

## 一、立足教材:把握运算教学的起点

小学数学教材的内容编排,是秉承了螺旋上升的原则。在新课程背景下,以整体性视角来整合教学资源,进行教学设计,实施教学过程尤为重要的。

通过对教材的梳理,可以发现小学阶段,整数乘法的教学内容分四次编排(见图1)。从内容上看,数的运算的内容贯穿第一、二学段,是这两个学段数学学习分量最重、占用学习时间最多的;从作用上看,它直接关系到其他内容的学习,是整个数学学习的基础。而三年级关于运算的教学更是整体教学中承前启后的关键一环。

回到这道题:计算器的按键“3”坏了,怎么用计算器算 $789 \times 36$ ,用算式表示思考过程,并算出此题的结果。学生在没有学过运算定律的情况下,要怎么做呢?

其实,在三年级下册教学两位数乘两位数的笔算乘法时,就教学了这样的内容。只不过数字相对小一点,没有计算器,但有图有式:可以把12拆分成 $3 \times 4$ ,有这样的3个56;还可以拆分成两个数相加 $10+2$ ,得到10个14再加上2个14。

而很多学生在算 $789 \times 36$ 时,拆出一个整十数,比如分成20和16,26和10,他们觉得这样计算会比较简便。其实就是这块知识的负迁移,因为在教学两位数乘两位数的笔算乘法时,

着重讲解了2个14再加上10个14的算理,学生就根据这个拆出了一个整十数。但事实上,学生对乘法意义及算理的理解是不清晰的。

再往前追溯,二年级上册教学表内乘法时,书本习题中就出现了这一内容(见图2)。通过这样的题组练习,学生初步认识了:“几个几”、“几个几加几个几”、“几个几减几个几”,为后续的学习做了铺垫。如果说二年级学习的表内乘法是在夯实基础,那么三四年级学习的多位数乘法就是中流砥柱,而五六年级小数与分数乘法就是在此基础上的延伸发展。但从答题情况看,本该循序渐进的知识受到了阻隔。

## 二、实践探索:培养运算能力的策略

要培养学生的运算能力,就必须让学生明白运算教学的整个体系(见图3)。也就是:算理来源于对意义的运用,算法来源于对算理的熟能生巧,而运算定律则是算法的“窍门”。因此在教学时,要重视知识的有序性,为知识的自然延伸和有序生长做好准备。下面,主要以人教版三年级下册笔算乘法中例题1的教学为例展开分析。

## (一)明晰意义,把握运算本质

回到最初的整数加法,加法算式表示为几个一加几个一,比如 $3+3+3+3$ 表示为4个3相加;乘

法是加法的简便计算,这个算式用 $4 \times 3$ 表示则更加方便;减法是加法的逆运算,表示几个一减几个一,比如 $12-3-3-3-3$ ,而这个算式还可以用除法 $12 \div 3$ 表示,即12里面有几个3,所以除法是减法的简便计算,同时也是乘法的逆运算。那么在大概概念的统摄下,整数的加减乘除四则运算是否可以看作“几个一”的叠加,而十可以看作10个一。

随着认识数的范围的扩大,延伸到第二学段的“几个

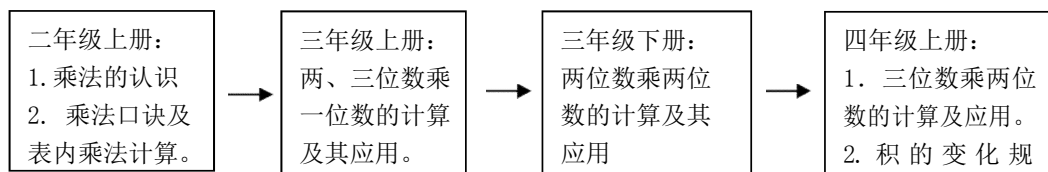


图1 教材编排

$4 \times 3 + 4 =$	$2 \times 3 - 3 =$	$5 \times 5 + 5 =$	$6 \times 3 + 6 =$	$6 \times 4 + 6 =$	$6 \times 5 + 6 =$
$4 \times 4 - 4 =$	$5 \times 3 + 2 =$	$4 \times 5 - 4 =$	$6 \times 4 =$	$6 \times 5 =$	$6 \times 6 =$
$5 \times 3 - 5 =$	$5 \times 3 + 5 =$	$5 \times 4 + 5 =$	$6 \times 8 =$	$8 \times 3 =$	$5 \times 8 =$
$5 \times 2 =$	$5 \times 4 =$	$5 \times 5 =$	$5 \times 8 + 8 =$	$8 \times 2 + 8 =$	$6 \times 8 - 8 =$
			$7 \times 8 - 8 =$	$8 \times 4 - 8 =$	$4 \times 8 + 8 =$
$3 \times 7 =$	$6 \times 7 =$	$4 \times 7 =$	$6 \times 9 =$	$9 \times 4 =$	$8 \times 9 =$
$2 \times 7 + 7 =$	$5 \times 7 + 7 =$	$3 \times 7 + 7 =$	$5 \times 9 + 9 =$	$9 \times 3 + 9 =$	$9 \times 9 - 9 =$
$4 \times 7 - 7 =$	$7 \times 7 - 7 =$	$5 \times 7 - 7 =$	$7 \times 9 - 9 =$	$9 \times 5 - 9 =$	$7 \times 9 + 9 =$

图2 二上表内乘法题组练习

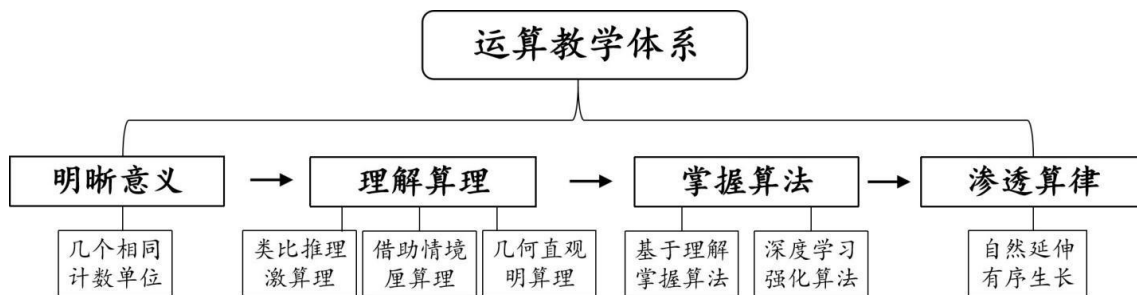


图3 运算教学体系

表1 前测结果分析

前测内容	一、列竖式计算： $16 \times 3$ $21 \times 2$ $34 \times 5$ $543 \times 4$ 二、每套书有 14 本，王老师买了 12 套。一共买了多少本？（你会计算吗？用自己喜欢的方法计算）			
学生作业				
人数	24 人	5 人	1 人	3 人
归因分析	受乘数是一位数乘法的负迁移，导致格式错误。	拆分了其中一个两位数，这会使得计算更加简便。	借助点子图，把 $14 \times 12$ 分成 $14 \times 10$ 和 $14 \times 2$ 两部分，然后相加。	借助线段图，把 12 套分成 10 套和 2 套，然后两部分相加。

0.1”，再到“几个几分之一”，通过知识迁移，同样抓住“几个相同计数单位”来教学，就可以把所有的数的运算算理统领起来。而例题 $14 \times 12$ ，就是求14个12或者12个14是多少。

(二) 理解算理，通透运算应用

新课标强调：“笔算教学应把重点放在算理的理解上”“理解算理，掌握法则，根据法则指导学生计算”。在教学中，可以借助多元表征的方法，也就是指通过操作模式、实际生活情境、图像、文字符号和口语符号等方法，帮助学生直观的理解算理。

1. 类比推理激算理

在教学例题 $14 \times 12$ 时，先对学生进行了前测。通过前测可以发现，第一道题正确率为93.9%，第二大题正确率仅为27.3%，具体情况如下图（见表1）。

学生在三年级上册时，已经学过了多位数乘一位数的几种笔算方法，即不进位、进一次位和连续进位。在计算第一大题时，就对这些方法进行了有效回顾，同时为后续两位数乘两位数的学习做了铺垫，启发学生展开类比、联想，激活学生进行知识迁移。

2. 借助情境厘算理

在教学例题 $14 \times 12$ 时，教材不再仅仅从数值计算的角度去发展教学，而是结合学生熟悉的生活情境，让纯粹的计算变得鲜活。

教材创设如下情境：王老师买了12套书，每套书有14本，她一共买了多少本？学生在自主探索时，自然会想到：先分别计算10套书和2套书的本数，再合起来计算出总本数；2套2套地结算，先算2套有28本，再算6个28本是多少……在交流比较

中，学生发现“先算10套书和2套书的本数”时，拆分出了一个整十数，这会使计算更加简便。让学生经历这样的实际情境体验，实现了运算意义到算理解释的过渡，让算理建构的过程自然生成。

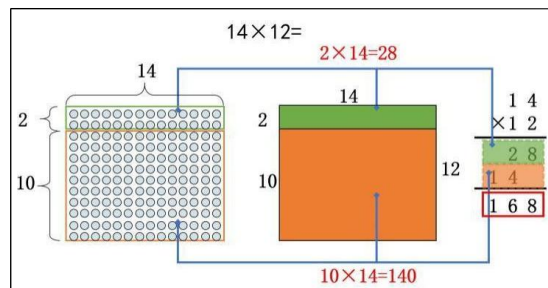


图 4图与式沟通算理 1

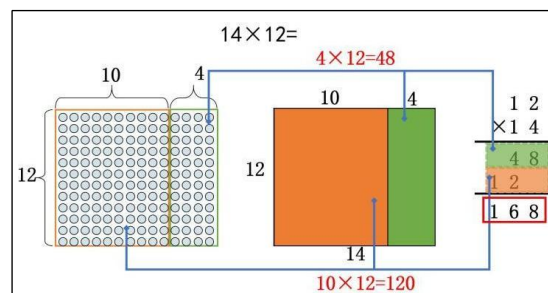


图 5 图与式沟通算理 2

3. 几何直观明算理

在教学 $14 \times 12$ 时，借助点子图，可以帮助学生理解笔算过程中每一个步骤的意义，培养学生几何直观的素养。从点子图出发，先圈2个14，可以抽象出这样一个面积图形，同时口算得到 $2 \times 14 = 28$ ，还对应竖式中的28；同样再圈10个14，即 $10 \times 14 = 140$ ，也就是竖式中的14个10。最后再把积相加得168（见图4）。这一过程中乘法竖式通过用点子图、面积模型、口算乘法来沟通它们的内在联系，实现算理与算法的有效融合。

当然，也可以分为4个12和10个12来做（见图5），这两种算法的算理是一样的，只是运算顺序不同而已，这样的图式联系、借图说理，使算理更为直观，从而厘清了笔算乘法的算理。

（三）掌握算法，熟练运算法则

1. 基于理解，巩固算法

要实现算理算法的巩固、应用和转化，离不开一定量的计算练习。但不是所有的练习都能促进算理的理解，过多繁杂、低效的计算练习反而会引起孩子的反感，教师可以优选习题帮助孩子学习理解算理，掌握算法（见图6）。

例题：计算以下第一列各题，想一想它有什么规律？请根据发现的规律直接填写其他题目的得数。

$21 \times 11 =$	$31 \times 11 =$	$41 \times 11 =$	$50 \times 11 =$
$22 \times 11 =$	$32 \times 11 =$	$42 \times 11 =$	$51 \times 11 =$
$23 \times 11 =$	$33 \times 11 =$	$43 \times 11 =$	$52 \times 11 =$
$24 \times 11 =$	$34 \times 11 =$	$44 \times 11 =$	$53 \times 11 =$
$25 \times 11 =$	$35 \times 11 =$	$45 \times 11 =$	$54 \times 11 =$

图6 计算练习

孩子经历“计算——分析——猜想”的过程，在计算中熟练应用算法，在分析乘积和乘数的内在联系时发现规律，同时可结合竖式与点子图帮助孩子验证猜想。这样有趣的题组练习，不仅让孩子记住了运算法则，熟练准确地进行计算，还在分析验证中让孩子的思维更加丰富、精细，有利于学生对算理的深度感知。

2. 深度学习，强化算法

通过这一组开放题（见图7），激活学生思维，不仅很好地复习了两位数乘整十数，也进一步深化进位和连续进位难点，让学生在应用迁移中提升能力。同时最后一题作为拔高内容，既开拓孩子视野，也为四年级的乘法分配律埋下伏笔，有助于孩子思维能力的提高。

例题：有这样5个数：68, 50,  $\square 5, 7\square, \square 9$ ，请按下列要求编题。

- 编适合口算的乘法算式；
- 编积一定大于4000的乘法算式；
- 编积的个位一定是5的乘法算式；
- $\square 5 \times \square 9$ 的积可能是（ ）；  
A. 10005    B. 9548    C. 4766    D. 95    E. 975
- 比较  $74 \times 69, 75 \times 68$  的大小。

图7 开放题

（四）渗透算律，构建运算体系

计算教学的目标在实践中可以概括为四个字：又对又快。如果说算理算法解决的是“对”的问题，那么，运算定律解决的就是“快”的问题。也就是说运算定律脱胎于算法的灵活运用，灵活运用的依据是对运算意义的理解。因此，我们在教学中不能割裂运算定律与算理算法的密切联系，使之成为一个独立的规律，而应该把它作为算法的“窍门”，在算理算法的教学时就有意识地渗透，让它能自然延伸、有序生长。

其实，在教学在 $14 \times 12$ 的笔算乘法时，就出现了乘法分配律的内容（见图8）。竖式计算时，先把14看成是4与10的和，先求4个12是48，再求10个12是120，最后将48和120相加得168而借助图示语言将这一过程进行梳理，则会更加清晰：将竖式计算的过程通过变形，用横式表示，并与点子图的各个部分一一对应。我们发现，无论是竖式还是横式，它们都是在求4个12加上10个12，计算道理都是相通的。因此，老师在教学笔算算理时，可以适当的做法铺垫，让四年级下册要学习的乘法分配律能在这一知识点上顺利延伸。

三、反思与收获

由于运算的教学分布于不同学期、不同单元，相关知识间存在时间上的壁垒，学生习惯于孤立地看待每一个知识点，或者或缺乏构建运算体系的能力，导致运算学习的碎片化。因此，教师在教学中要在整体把握的基础上，关联运算“意义——算理——算法——算律”，让学生的运算能力自然延伸、有序生长，进而有利于提高学生整体数学素养。

参考文献

- [1] 国家教育部. 数学课程标准[S]. 北京：北京师范大学出版社，2011.4.
- [2] 董文彬. 从运算能力走向运算素养——关于运算及运算教学的思考[J]. 教育科学论坛，2019（28）.

作者简介：

夏婵红（1969.05—），女汉族浙江杭州人大专学历，研究方向小学数学教学。

The diagram illustrates the distributive property of multiplication for  $14 \times 12$ . On the left, a yellow box contains the algebraic derivation:  $14 \times 12 = (10 + 4) \times 12 = 10 \times 12 + 4 \times 12 = 120 + 48 = 168$ . In the center, a grid of 168 dots is shown, partitioned into a  $10 \times 12$  area (left) and a  $4 \times 12$  area (right). On the right, a vertical multiplication problem is shown:  $14 \times 14$  with partial products  $48$  and  $120$ , and a final sum of  $168$ . Lines connect the algebraic steps to the corresponding parts of the grid and the vertical problem.

图8 沟通乘法分配律