

基于学历史案的高中数学抽象素养培养教学设计研究

汤小青

浙江省衢州第三中学

[摘要]以高中数学抽象素养的培养为落脚点,结合学历史案的教学范式进行教学设计。提出了基于学历史案的高中数学抽象素养培养的策略:第一,抽象出数学问题的本质;第二,学生深入思考,达到更高的抽象层次;第三,优化知识建构,完善抽象对象的整体;第四,经历抽象过程体验,感悟知识源与流;第五,关注学习结果、评价。结合抽象素养的相关理论分析,从学历史案的学习单元、学习目标、评价任务、学法建议、学习过程、作业设置六个角度提出了基于高中数学抽象素养培养的学历史案设计的要求。

[关键词]数学抽象素养;学历史案;教学设计

[DOI] 10.12252/j.issn.2096-627X.2021.09.1400

一、基于学历史案的高中数学抽象素养培养策略

(一) 抽象出数学问题的本质

从本质上理解数学问题,才能从根本上找到解决问题的方法。基于学历史案设计的基础上构建深度学习型课堂,引领学生经历数学问题的发生、发展过程,体验数学规律的发现和论证过程,感悟数学思想方法的归纳与演绎之旅,逐步抽象处数学问题的本质。

(二) 学生深入思考,达到更高的抽象层次

在数学学习过程中思维活动不可或缺,要实现抽象素养的更高层次,就需要设计具有深度分析的学历史案,并以此为基础开展具有深度思维的课堂活动,这些活动不是对知识简单的识记、模仿,而是要在理解基础上对问题分析、综合、评价的高阶思维。教师就是要引导学生 在具有深度思维价值的课堂活动中实现思维的进阶,实现抽象素养的提升。

(三) 优化知识建构,完善抽象对象的整体

数学的学习过程是对数学知识进行不断建构、不断完善的过程。根据建构理论,教师应从学生最近发展区开始引导学生对新旧知识在认知上进行比对、归位与重建。抽象素养的培养需要批判性思维,在发现的基础上的同化。因此要基于学历史案引导学生主动建构知识,经常性进行联想、推广、质疑,丰富学习内容,从而优化知识结构。让学生在优化知识结构的过程中不断的提高抽象素养水平。

(四) 经历抽象过程体验,感悟知识源与流

学历史案的设计要强调在教与学过程中,让学生经历知识发生、发展的过程,使知识的形成与获得变得更加自然,真切体会知识的来龙去脉。在落实核心素养教学的今天,教师不应当过分地超前提示,让学生模仿自己所谓的经验与捷径。在教学中切忌出现“滑过”现象,教师应给学生多留些思考与体验的空间,给学生一点“直觉”“顿悟”的感受机会。让抽象素养在真正的感悟中得到提升。

(五) 关注学习结果、评价

基于学历史案的抽象素养的评价,需要分水平编制不同层次的试题,检验学生抽象素养达到的层次。利用不同的评价方式,从多角度了解学生的抽象素养水平。

二、基于高中数学抽象素养培养下的学历史案设计要求

(一) 如何设计抽象素养视角下的学历史案的学习单元

所谓“单元”,乃自成体系,自成系统。“单元设计”是核心素养落地生根的有利武器。单元设计的方式是多样化的,主要依据教学目标和教学内容来设计。单元设计的类型主要有以下两种:一种是基于学科知识体系的建构,形成“目标-达成-评价”的单元设计;二是基于学习主题的已有

经验,形成“主题-探究-表达”的单元设计。

如在“函数单调性”这一单元的设计中,可以按照“目标-达成-评价”进行设计,并落实抽象素养的培养。

在“函数单调性”中确定单元内容为:借助符号语言表述单调性基本概念;理解函数单调性和不等式之间的关系;理解导数和单调性的关系;利用单调性建立相关数学模型。

从具象的单调性到抽象的符号语言就是单调性的第一次抽象;从符号语言解决到单调性和不等式之间的关系,是抽象结果的使用,使得抽象的简单阶段的得到巩固;单调性和导数的关系,是单调性数学本质的进一步探索,是抽象的更高阶层次。

(二) 如何设计抽象素养视角下的学历史案的学习目标

明确学习目标的设计依据,以课标、教材、学情为基本依据,注意培养高中学生的数学抽象素养。把握学习目标的行为主体。规范学习目标的内容指向。达成目标的呈现方式。

下面以“函数的概念”为例来进行分析。

2017版《课程标准》对函数概念做出了如下的阐述:在初中用变量之间的依赖关系描述函数的基础上,用集合语言和对应关系刻画函数,建立完整的函数概念,体会集合语言和对应关系在刻画函数概念中的作用。了解构成函数的要素,能求简单函数的定义域。

在教材的编写中充分关注学生的学情,加强与学生已有经验的联系。在初中学习的基础上展开新内容初中:函数的一般概念—一次函数—二次函数—反比例函数。

在教材的编写中精心设计函数概念的抽象。如何使学生体会引入抽象符号 $f: A \rightarrow B, f(x)$ 的必要性?函数类型众多,数学追求具有一般化的、简单的表达形式,但应在学生有充分体验下再给出。在具体实例选择上,要求涵盖最常见的表示类型,包括解析式、图象和表格,连续的、离散的,值域 C 包含于集合 B 的等,通过这些例子让学生感受到函数表示法的丰富性,并说明“除解析式、图象、表格外,还有其他表示对应关系的方法。为了表示方便,我们引进符号 f 统一表示对应关系。”

(三) 如何设计抽象素养视角下的学历史案评价任务

明确设计顺序,“学习目标-评价任务-学习过程”。基于教学全程的考虑,教学的过程中有很多环节都能培养学生的数学抽象素养能力,需要全程考虑。任务方式多元化。描述清晰可执行。

1. 形式的匹配:评价任务与目标的对应性

有学习目标,就得由相应的评价任务。可以是“一对

一”，一项任务检测一个目标；可以是“一对多”，一项任务检测几个目标；也可以是“多对一”，几项任务检测一个目标。到底采取哪一种设计方案，则取决于设计评价任务的三要素“情境，知识点，素养要求”。所检测知识点越单一、所创设的问题情境越简单，则多采用“一对一”的设计方案，更具有针对性，针对具体问题完成数学抽象素养评价任务的设计。所检测的知识点属于课标强调的重难点，则往往采用“多对一”的设计方案，多次反复在不同的问题情境下进行检测，增强检测的效度和信度。完成不同层次抽象素养的检测。

2. 内容的匹配：内容主题和认知要求的一致性

首先，评价任务的设计需要和课程标准的要求相一致；评价任务的设计要基于学情，从学生的最近发展区设计评价任务；评价任务的设计要基于“阶梯型”的模式，在逐渐深入的过程中提升学生的数学核心素养。课标决定评价任务的方向，学生的主体性决定评价的起点，经过教师的合理设计搭建已知和位置的桥梁，培养学生的素养提升。

3. 方法的匹配：评价方法与目标的切合性

不同的学习目标适合不同的评价方法，每种评价方法各有优劣。抽象素养的评价设计需要选择合适的评价方法。作为能有效促进个体发展的“学历案”，“评价任务”必须充分关注学生的差异性。有的学生对数据处理敏感，有的学生擅长语言表达，有的学生沟通能力较强，这都要求“评价任务”的设计可以体现多样性和发展性。同时每个学生的基础学情不同，要分层次设置多角度不同的“评价任务”，考察学生能否在变换的情境下“真的学会”。

以“利用单调性求值域”为例。

学习目标：理解单调性与值域的关系。单调性和值域的关系属于重难点，需要结合内容进行分层次反复检测，让学生在体验不同层次的抽象能力要求。

检测1：求函数 $f(x) = \frac{2^x - 1}{2^x + 1}, x \in [-1, 1]$ 的值域。

检测学生对于单调性与值域关系的简单抽象。

(1) 给定区间上增函数的值域：定义在区间 $[a, b]$ 上的单调递增函数 $f(x)$ ，值域为 $[f(a), f(b)]$ 。且对任意的 $m \in [f(a), f(b)]$ ，都存在唯一的 $x_0 \in [a, b]$ ，使得 $f(x_0) = m$ 。

(2) 给定区间上减函数的值域：定义在区间 $[a, b]$ 上的单调递减函数 $f(x)$ ，值域为 $[f(b), f(a)]$ 。且对任意的 $m \in [f(b), f(a)]$ ，都存在唯一的 $x_0 \in [a, b]$ ，使得 $f(x_0) = m$ 。

检测2：求函数 $f(x) = \frac{2^x - 1}{2^x + 1} + \ln x, x \in [1, 2]$ 的值域

在熟悉的学习情境中完成单调性和值域关系的进一步抽象。

检测3：已知 $x, y \in (0, +\infty)$ ， $a \in \mathbb{R}$ ，若 $\frac{2^x - 1}{2^x + 1} + \ln x - a = 0$ ，

$\frac{4^y - 1}{4^y + 1} + \ln y + \ln 2 - a = 0$ ，则 $\frac{y}{x} =$ _____

能抽象出复杂问题的数学本质，完成单调性和值域关系抽象的高阶思维活动。不同的学生可以对这个问题做不一样的要求。

(四) 如何设计抽象素养视角下的学历案的学习过程

资源的选配要指向学习目标，把知识的建构过程还给学生，只有学生真正的参与知识的构建过程，才能真正的体会到数学抽象的过程。活动设计必须遵循“学”的逻辑，必须

体现以学生为主体的思维。最后要贯彻“学-教-评”的一致性。

1. 学习过程的设计要有利于学习目标的达成

在设计具体的学习过程中，要在后面表明本活动是指向哪一条学习目标的，使得教师和学生都明白这一学习活动对于数学核心素养培养的意义所在。

2. 学习过程的设计要嵌入评价任务

学历案的核心思想是“教-学-评一致性”。一项学习任务完成了，学习效果怎样，教师必须实时掌握，不能带着夹生饭进入下一个环节，这就必须在学习过程中及时嵌入评价任务，教师能够准确及时地了解学生的学习效果，为接下来如何开展课堂学习提供依据。

3. 学习过程的设计要体现学习的进阶

在学习过程的设计上，不论从宏观还是微观上，都要考虑学习梯度的设计，而阶梯之间的高度差要符合学生的实际情况，要着眼于学生的最接近“发展区”，使得大多数学生都能通过一定的努力达成学习目标。

(五) 如何设计抽象素养视角下的学历案的“学后反思”

引导学生明确“学后反思”的意义。帮助学生明确“学后反思”写什么。通过反馈提高学生“学后反思”的撰写质量。

1. 指导学生反思学习结果

学会反思是学历案学习的一个重要环节，要求学生反思学习的结果，但这并不是简单的回忆，而是以学生自己的方式处理和加工所学习的知识与技能，内化为学生自己的知识，便于在新的条件下、新的情境下提取已学的知识与技能来解决新的问题。在反思的过程中使得刚建立的抽象素养能力得到进一步的巩固，进而为下一阶段的抽象提供可能。

2. 指导学生反思学习过程

学习结果在很大程度上与学生的学习过程有着密切的关系。指导学生反思学习过程就是让学生知道自己是“如何学会”的，用什么方法与技巧学会了知识与技能，改变了情感、态度与价值观。依据学法建议，反思“如何学会”；依据“课前、中、后”的学习，反思“学习策略”运用；依据学习方式，反思“如何学好”。

三、总结

基于学历案设计的基础上引导学生开展深度学习，就是要让学生经历新旧知识的整合与探究、数学规律的发现与验证、数学思想方法的渗透与理解，逐步抽象处数学问题的本质，引导学生在具有深度思维价值的课堂活动中实现思维的进阶，实现抽象素养的提升。引导学生主动建构知识，经常性进行联想、推广、质疑，丰富学习内容，从而优化知识结构，让学生在优化知识结构的过程中不断的提高抽象素养水平。强调在教与学过程中，让学生经历知识发生、发展的过程，使知识的形成与获得变得更加自然，真切体会知识的来龙去脉。

参考文献：

- [1]林崇德. 对未来基础教育的几点思考[J]. 课程. 教材. 教法, 2016(03): 3-6
- [2]尤小平. 学历案与深度学习[M]. 上海: 华东师范大学出版社, 2017. 182-205.