

# 高中数学空间向量在立体几何中的运用

周文博

(辽宁省盘锦市盘山县高级中学 辽宁 盘锦 124000)

**[摘要]**现阶段,高中数学教学内容也随着课改的新标准不断地改进和发展,高中数学中立体几何的教学也因此引入了代数化计算的解题方法。空间向量的代数化计算,不仅仅是一个方便直接的计算方式,还能够有效地解决抽象的立体几何问题,为学生提供新的解题思路。本文主要探究了高中数学空间向量在立体几何中的运用,皆为立体几何问题解决提供新的思路 and 方向。

**[关键词]**高中数学;空间向量;立体几何;运用

**【DOI】**10.12252/j.issn.2096-6261.2019.12.173

## 前言

在立体几何题目中,主要考察学生的空间想象力以及运算能力,所以对立体几何中向量方法部分主要侧重在解答题目里考察。空间向量主要运用在立体几何的空间角和距离等问题的计算,教师应该充分研究其中的关系,然后探究将立体几何转化为空间向量运算问题,从而为立体几何的计算提供新的思路。

### 一、抓住空间向量的核心,准确运用向量公式

对于立体几何当中,空间直线的位置关系,夹角以及线面关系等问题是学生一直觉得很抽象的问题,空间向量的运用可以将这些抽象的问题转化为具体的数量化,从而对其进行解决。对于空间向量的运用,教师需要深究其与立体几何的关系,以及其规则和立体几何之间的联系,找到最佳的结合点。首先让学生对向量有一个清晰的概念,明白空间的任何一个向量都可以用空间里面不共面的三个向量线性表达出来,从而通过向量的计算得出结论。接着立体几何是涉及图形的,学生应该学会图形结合以及坐标轴的运用,直观地揭示图形中的向量关系,并有效地判断使用哪一种的向量方法,提高解题的效率。

### 二、利用向量垂直的条件来证明空间异面直线垂直问题

向量垂直条件就是向量A与向量相乘得零,从而得出直线A与直线垂直,然而空间向量又可以通过空间中不共面的向量表达出来,所以可以利用空间中其他不共面的空间向量表达出来题目中要求的向量,并推理求出所求向量的垂直关系。

例如在一个空间四边形ABCD里,AB垂直CD,AC垂直BD,求证AD垂直BC题目中,学生先分析AD垂直BC的向量条件向量AD乘以向量BC等于0,接着寻找题目中的条件“AB垂直CD,AC垂直BD”中的向量AB、CD、AC、BD与所求证的向量之间的关系,观察能不能用条件中的向量来表达出来求证的向量,然后推理得出AD垂直BC。首先AB垂直CD,AC垂直BD可以得出向量AB垂直向量CD,向量AC垂直向量BD以及它们各自相乘得0的结果,接着推理得向量AD乘以向量BC等于0的结果,最后得出AB垂直BD的结论。

通过建立空立体图形与空间向量之间的关系,然后用空间向量表达空间中的直线,利用空间之间的代数规律,快速求得空间中求证直线之间的关系。这个方法不仅仅能运用求证垂直关系,还可以运用求证平衡关系,根据推理计算过程得出求证结果。

### 三、利用向量的数量积来求证异面直线的角度

利用向量的数量积来求证异面直线的角度的关键在于代表异面直线的向量的数量积,然后继续往前推理,求向量的数量积就是要用空间中的向量表达出来所求向量,从而求出其中的数量积。

比如在一个正方体ABCD-EFGH中,根据条件求异面直线BE与AC之间的角度。学生可以先把异面直线BE和AC用向量BE和向量AC表达出来,然后找其中其他空间基础向量将其表达出来,如向量BE等于向量BA加上向量AE,向量AC等于向量AB加上向量BC,然后根据条件关系得出各自相乘的积,带入定理规律求得异面直线BE和AC之间的角度是60度。

这样的计算方式将异面直线之间的角度问题从抽象画变得具体化,而且计算过程充满逻辑条理性,有助于学生将抽象的立体空间问题转化为有逻辑性地代数推理计算问题,从

而实现高效解决空间立体几何图形的题目。

### 四、利用向量的数量积来求证异面所成的角度

在立体几何图像的题目中,出题者一般出题角度比较抽象,喜欢让学生求算非共平面的直线与平面之间形成的角度,面对这一种类型的问题时,学生会觉得这个问题无从下手。这时候引入向量数量积来求算的方法,有利于将这一类抽象的空间立体问题具体化,利用代数的方法进行计算,从而求得所问的值。

例如在正四面体ABCD中给出条件棱长为1,然后求AD的直线与平面BCD所成的角度。面对这一个类型的问题时,学生可以根据题目先画一个图,观察直线AB和平面BCD之间的空间位置。从图中可知道,因为四面体ABCD是正四面体。所以A在底面ABCD的射影是底角三角形BCD的中心点P。然后做辅助线延长P,交BC与E,就发现延长线刚好经过BC的中点,所以可以得出角ADE是直线AD与平面BCD所成的角a。通过分析题目之后就可以利用向量的数量积来进行计算,同时结合三角函数可以求得AB和平面BCD之间的角度。

这样的计算方式将抽象不可能求算的空间立体几何问题有效地转化为代数计算问题,帮助学生克服空间立体几何问题的恐惧感,利用自己的数学逻辑思维来思考和推理,从而高效准确地解决。

### 五、利用向量平行条件证明空间异面直线与平面平行问题

异面直线与平面不处于一个平面当中,由于空间立体图形的抽象性质,很难思考它们之间的平行关系。面对这一类型的题目的时候,学生应该先观察直线的向量和求证平面内向量的关系,以此为突破口来求证两个向量之间的平行关系,接着推理得出非共面向量与平面之间的平行关系。

例如在题目四边形ABCD、ADEF都是正方形,而且点M属于直线BD,点N属于直线AE,而且BM等于AN。接着求证MN平行平面MDB。根据题目条件可以思考能够在平面ABCD和平面ADEF上设置两个点Q和P来与点M和N来形成一个平行四边形,做辅助线以及根据题目条件关系可得求证四边形MNPQ是一个平行四边形,接着根据这一个结论可以得出直线MN平行直线PQ,而且两个点Q和P各自属于平面ABCD和平面ADEF上,所以直线PQ属于平面CDE,因此可以得出直线MN平行于平面CDE。

将一个抽象的问题数量积化,利用向量之间的关系推理计算,从而得出求证结果,有利于学生快速高效地解决空间立体几何问题。

### 总结

关于空间向量在空间立体几何中的应用,在线与线之间、线与面之间以及面与面之间都有方便快捷的向量解决方法,以及利用向量解决它们之间的数量关系也有简单的应用。教师可以充分发掘向量的优点和灵活应用方法,帮助学生快速高效地解决空间立体几何问题,从而提高高中数学学习质量。

### 参考文献

- [1] 贺雨曦. 向量在高中数学空间几何解题中的应用[J]. 神州, 2019, (3): 215.
- [2] 韦巧玉. 高中空间向量在立体几何里的应用问题[J]. 神州, 2019, (21): 206.