浅谈在教学中如何促进学生的主体发展

苏晓霞

（北京理工大学附属中学通州校区　101119）

[摘　要]数学在形成人的理性思维、科学精神和促进个人智力发展的过程中发挥不可替代的作用。随着新课改的不断深入，要以学生发展为本，立德树人。

[关键词]教学；促进；主体发展

【DOI】10.12252/j.issn.2096-6261.2020.12.308

全面落实立德树人的基本要求，充分体现数学学科特有的育人价值，努力发挥数学课程的育人功能。贯彻《课标（2017年版）》的基本理念与要求，贯穿发展学生数学学科核心素养的主线。[1]作为高中数学教师，以灵活的教育教学方式揭开数学学科的神秘面纱，并以深入浅出的培养学生的核心素养，全方面关注学生的发展。

数学的学习，离不开解题，解题不在多，在于精，精讲精练，深入研究，探索，举一反三，形成良好的思维，学习习惯。在解决问题过程中，一题多解，培养学生善于观察，多方位思考，多角度表达，多途径转化，培养学生探索性精神和创造性思维，促进学生的主体发展。

例1.已知$\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{1}{5}$，$\alpha\in(0,\pi)$，求$\tan\alpha$

学生1：$\begin{cases}\sin\alpha-\cos\alpha=\frac{1}{5}① (已知)\\ \sin^2\alpha-\cos^2\alpha=1②(平方关系)\end{cases}$

由①得：$\sin\alpha=\frac{1}{5}-\cos\alpha$．代入②得；$\left(\frac{1}{5}-\cos\alpha\right)^2-\cos^2\alpha=1$

化简可得：$25\cos^2\alpha-5\cos\alpha-12=0$

$(5\cos\alpha-3)(5\cos\alpha-4)=0$

解得：$\cos\alpha=-\frac{3}{5}$或者$\frac{4}{5}$，$\sin\alpha=\frac{4}{5}$或者$-\frac{3}{5}$

又∵$\alpha\in(0,\pi)$，∴$\cos\alpha=-\frac{3}{5}$，$\sin\alpha=\frac{4}{5}$，$\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=-\frac{4}{3}$

在生1给出方法后，我的评论指出了矛盾：大部分同学用了这种构建方程组的方法进行求解，但是很多同学在计算关于$\cos\alpha$一元二次方程时出现困难，导致计算较慢，但是这种方法很直接，同学们容易想到，还有没有别的方法？接下来，生2报告了自己的想法，但是同时又产生了遇到了困境：

生2：$\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{1}{5}$，①

所以$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha=\frac{1}{25}$，（等式两边平方）

即$2\sin\alpha\cos\alpha=-\frac{24}{25}$.到这里不知道怎么应用这个条件？

接下来作为教师带着学生突破困境的过程很重要，也是教学过程中最打动人心和最有意义之处：首先帮助学生梳理做法的意义——这一点很重要：

教师：同学们能够想到这里很不错，就是能够看出$\sin\alpha+\cos\alpha$，$\sin\alpha\cos\alpha$之间通过完全平方进行互相转化，那基本思路还是想求$\sin\alpha$与$\cos\alpha$的值，进而求得$\tan\alpha$.

接下来，引导学生建立与已知条件的联系——在条件问题之间来回得看，就是解决问题最基本的策略：

师：那大家想一下已知$\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{1}{5}$，怎样再能构建$\sin\alpha$与$\cos\alpha$的方程，如果二元一次方程组是不是更好解？

生3：可以求得$(\sin\alpha-\cos\alpha)^2=\frac{49}{25}$，$\sin\alpha-\cos\alpha=\pm\frac{7}{5}$，又∵ $\alpha\in(0,\pi)$不知道正负如何判断？

生4：可以两个都与$\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{1}{5}$联立，结合$\sin\alpha>0$取舍。

教师：同学们想的不错，同学们可以再思考条件$\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{1}{5}$，想一想？$|\sin\alpha|>|\cos\alpha|$，是不是也可以得到$\sin\alpha-\cos\alpha=\frac{7}{5}$。

教师总结，揭示了方法的本质，教学过程也让学生明白了方法产生的机制，一些孩子明白了本来有但并没明白的方法，还有一些孩子又产生了新的方法：生5：$\sin\alpha\cos\alpha=-\frac{12}{25}$，我想到了上个题中齐次式中弦化切的方式，分母除以$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha$，具体解法如下：$\frac{\sin\alpha\cos\alpha}{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}=-\frac{12}{25}$，$\frac{\tan\alpha}{\tan^2\alpha+1}=-\frac{12}{25}$，解关于$\tan\alpha$的一元二次方程，但是解是$-\frac{4}{3}$或者$-\frac{3}{4}$，我没有舍根，现在您讲了上面我明白了。

正当我准备下课时，学生6站起来说老师：我受同学们的启发，发现同学1的解法可以先求$\sin\alpha$，直接利用$\alpha\in(0,\pi)$就可解得唯一解。具体如下

解：$\begin{cases}\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{1}{5}① (已知)\\ \sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1②(平方关系)\end{cases}$

由①得：$\cos\alpha=\frac{1}{5}-\sin\alpha$，代入②得；$\left(\frac{1}{5}-\sin\alpha\right)^2+\sin^2\alpha=1$

化简可得：$25\sin^2\alpha-5\sin\alpha-12=0$

$(5\sin\alpha-3)(5\sin\alpha-4)=0$

解得：$\sin\alpha=-\frac{3}{5}$或者$\frac{4}{5}$，又∵$\alpha\in(0,\pi)$，∴$\sin\alpha=\frac{4}{5}$，$\cos\alpha=-\frac{3}{5}$，$\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=-\frac{4}{3}$.

通过观察，分析，探索，发现勤思多想就会有收获，从而选择适合自己的最优方法解决问题。采用一题多解的教学，优化课堂教学，促进学生发散思维

在这段教学过程让我没有想到同学们能够共同学习，积极思考，能够学得如此波澜起伏。

随着新课程改革的推进，让学生学得更多更好，发展学生自身的能力，让学生初步形成科学的数学思维方式，养成良好的数学核心素养和态度，从而为今后的工作学习打下坚实的基础。

参考文献

[1]《中学数学教学参考》陕西师范大学出版总社.2019.9.P5