从一道试题分析学生的数学思维难点

吴秋月

（福建省晋江市梅溪中学　福建　晋江　362214）

[摘　要]数学思维如何教？笔者就2021年秋季期末统考中一道考题，分析学生在解答时存在的思维难点，在教学活动中如何唤醒、培养学生的数学思维.

[关键词]数学；教学；思维；难点

【DOI】10.12252/j.issn.2096-6261.2021.04.290

学生的学科思维得教之养之！

教之道在于度，学之道在于悟，教的是思维，悟的也是思维！数学教育的核心是“理解数学、理解学生、理解教学”.理解数学不等于知道多少数学知识，会做多少数学题，更要有对数学学科特征、本质的深刻理解，对数学思维方式、方法的熟练掌握，对数学解题的原则与策略的概括等.理解学生就是要了解、关注他们的认知特点、成长规律、心理需求、想法，根据他们所处的状态、层次，有“度”的开展思维教学.

下面，笔者以2021年的1月下旬，福建晋江市八年级期末统考第23题为例，就教学中关注学生的思维培养、难点突破，阐述个人的思考.

一、试题呈现

23.如图1，在△ABC中，∠C=90°，AC=BC，BD是∠ABC的角平分线，

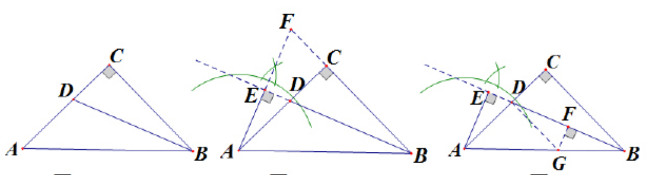

图1　　图2　　图3

（1）请用尺规作图过点A作射线AE⊥BD，垂足为E.（要求：保留作图痕迹，不必写作法与证明过程）

（2）在（1）的条件下，求证：$AE=\frac{1}{2}BD$

二、试题评价

试题的设计立足课标，层次分明，重视思维的综合性、合理性，从知识点的交汇处命题，考查学生综合运用知识等核心素养能力.

三、教学分析

这道题先尺规作图，再证线段间的数量关系.学生解题的思维难点在哪？

首先尺规作图，明确是五种基础作图中“过一点作已知直线上的高”，为何无从下手?图形并不复杂，学生却没有找到要研究的对象，缺少“图形提取”的能力!题意结合图形，抽取研究对象，删无关线段，将图形简单化，问题就赤裸裸的展现出来.“过直线外一点作水平线上的高”，大部分学生能完成此常规作图，为何水平线变斜线就束手就擒?归结起来，在尺规作图学习时，没有真正弄清作图依据，缺少对图形的变化感知力!解决这个难点，平时教学时应让学生养成草稿纸上画草图的习惯，再将图形旋转、调整到自己熟悉的、利于思考的位置，再不行先“无中生有”画出符合条件的图形，接着思考下文.

第（2）问证明线段的倍分关系，它考查学生的数学思维能力及综合能力.当然，也是思维障碍之重地.

视角1：思维的起点是条件.分析已知条件：在等腰三角形中，探究底角的平分线上的高等于此角平分线长的一半.看到角平分线联想到“角平分线上的点到角两边的距离相等”，可AE不是角平分线BD上的点到∠ABC的任一边上的垂线段，且结论不证数量相等，而是倍分关系，思维受阻.难点在哪？学生由全等证线段相等形成了惯性，可图中无明显的全等型，其次证线段的倍分，更是无法入手!条件无法直接推出结论时，换个角度由结论想办法，倍分关系目前在等腰三角形的“三线合一”中有出现，图中有等腰三角形，可角平分线不是顶角的平分线，若把∠ABC当作等腰三角形的顶角，AE就成为此等腰三角形的底边，BE即为底边AE的高，补全隐形的等腰三角形（延长AE、BC相交于点F，如图2），由“三线合一”得$AE=\frac{1}{2}AF$，再证$\triangle AFC\cong\triangle BDC$得AF=BD，再最后转化出$AE=\frac{1}{2}BD$.这样综合分析、“有效组合”就跨过了难点.

其实第（2）问的思维链不止一条.

视角2：部分学生看到倍分线段，联想到“截长补短”法，如何说上面的解题方法是“补短”，那么“截长”呢？在BD上取中点F，接着作FG⊥AB，还是FG⊥BD ?若作FG⊥AB，发现AE是Rt△ADE的直角边，BF是Rt△BFG的斜边，思路出错!换成作FG⊥BD可行吗?缺少证△AED与△BFG全等的必要条件一组相等的边，思维受阻！再回头看已知条件，都用上？等腰△ABC用了吗？有何用？取BD中点F，作FG⊥BD其实是作出了什么线？若平时有意识培养学生的联想力，“重要信息的捕捉”能力，很快会发现链接点是连接DG（如图2），利用线段垂直平分线的性质得到DG=BG，再利用外角的性质得到∠DGA=2∠DBG=∠ABC=∠CAB，从而得到AD=DG=GB，找到相等的边即可证全等，至此，思维链整理完毕.

四、教学总结

学生在数学学习中所暴露出来的问题经常被归结为知识本身，如所学的定理、公式记不住，不会运用所学的知识解决数学问题等等.从数学学习的本质分析，不难看出学生学不好数学的根源在于学生数学思维能力的不足，直接影响了他们对数学问题的解决方法的选择与策略的制定.解题本就是用抽象思维建立数学模型，单有模型是不足的，还要结合题目中的条件信息、学过的知识方法、以已有的解题经验为基础，通过整理、分析、转化、推导、修正，从模糊到清晰，从混沌到有序，从感性到理性，从具体到一般的思维探索过程.

通过对这道考题的分析，析的是学生解题方法背后的思维过程、想法，找出学生思维难点.同时反省在教学或复习过程，在知识逻辑关系上是否有做深刻的思考，是否有通过教学活动让学生去感悟其内在的逻辑关系，是否唤醒学生的数学思维，有目的培养学生的数学思维，最终获得更好的思维成长.

思维是可以教的！思维是以知识为载体的思维特征与思维规律，学数学最大的价值在于培养逻辑思维能力！

参考文献

[1]张鹤.唤醒思维的数学书[D].北京：中国大百科全书出版社，2020.

作者简介：

姓名：吴秋月，出生年月：1975年12月，性别：女，籍贯：汉 最高学历：本科 职称 中学一级教师，研究方向：中学数学教学.邮编：362214，单位：福建省晋江市梅溪中学