

# “公式课”教学新探

袁彦巧

(中国人民大学附属中学朝阳学校 100029)

**[摘要]**新课程的一个重要理念就是为学生提供“做”数学的机会,让学生在“学习过程中去经历数学、发现数学、理解数学、体验数学”。也就是说在数学教学中不仅要讲数学知识而且还要让学生经历数学知识再发现、再创造的过程。这样不仅可以激发学生的学习热情,使学生对所学知识获得深刻认识,而且能够更好地掌握知识,提升课堂教学的实效性。

**[关键词]**公式课; 教学新探

**[DOI]** 10.12252/j.issn.2096-6261.2021.04.301

三角恒等变换处于三角函数与数学变换的结合点和交汇点,是培养学生推理能力和运算能力的重要素材。“两角差的余弦公式”是《三角恒等变换》这一章的基础和出发点,公式的发现和证明是本节课的重点,也是难点。

## 一、公式的发现、猜想

紧密联系三角函数基本知识,从代数角度寻找公式的雏形,进一步培养学生归纳、推理能力。

### (一) 提出问题

正比例函数  $f(x)=kx$  有“加法公式”:

$f(x_1+x_2)=f(x_1)+f(x_2)$ ; 有“减法公式”:

$f(x_1-x_2)=f(x_1)-f(x_2)$ 。反比例函数  $f(x)=\frac{k}{x}$ , 则有“加法公式”:

$f(x_1+x_2)=\frac{f(x_1)f(x_2)}{f(x_1)+f(x_2)}$ ; 有“减法公式”:

$f(x_1-x_2)=\frac{f(x_1)f(x_2)}{f(x_2)-f(x_1)}$  等等。引发学生思考三角函数

$y=\sin x$  以及  $y=\cos x$  该有怎样的“加法公式”与“减法公式”呢?

也就是说怎样用  $\cos \alpha, \sin \alpha, \cos \beta, \sin \beta$  来表示这样四个式子  $\cos(\alpha-\beta), \sin(\alpha-\beta), \cos(\alpha+\beta), \sin(\alpha+\beta)$  的展开式呢? 今天就从  $\cos(\alpha-\beta)$  谈起。

### (二) 公式探究

#### 1. 提出疑问:

$\cos(\alpha-\beta)=\cos \alpha \cos \beta$  对吗? 教师引导学生取特殊值进行验证, 同时分析错误的原因: 正弦、余弦函数名与角之间并不是相乘关系, 因此类比乘法分配律在思维方法是错误的。

鼓励学生发挥想象力, 大胆猜测, 然后再去验证其合理性, 增强学生探索问题、挑战困难的勇气。

#### 3. 获得公式猜想:

通过计算、观察、学生易发现并猜想到:

$$\cos(\alpha-\beta)=\cos \alpha \cos \beta+\sin \alpha \sin \beta!$$

请同学们利用手中的计算器, 验证对于非特殊角, 是否也满足你的猜想?

由特殊角到非特殊角的验证, 更加坚定同学们的信心!

但是, 欲说明对任意角  $\alpha, \beta$ , 式子  $\cos(\alpha-\beta)=\cos \alpha \cos \beta+\sin \alpha \sin \beta$  的正确性, 必须给予严格的理论证明!

#### 4. 公式的证明探究

##### (1) 小组活动

如图1由于这里涉及的是三角函数的问题, 自然想到利用前面学过的单位圆上的三角函数线去证明猜想:

$$\cos(\alpha-\beta)=\cos \alpha \cos \beta+\sin \alpha \sin \beta.$$

引导学生以退求进, 先讨论  $\alpha, \beta, \alpha-\beta$  都是锐角的情况。(结合学生实际情况, 也可以引导学生通过三角诱导公式, 逐步完善, 达到对任意角都成立。)

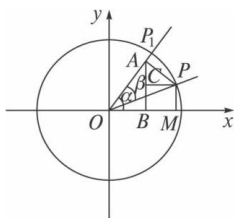


图1

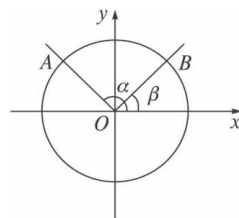


图2

1. 如何作角  $\alpha, \beta, \alpha-\beta$ ? 如何作角  $\alpha-\beta$  的余弦线?
2. 所做的各种线段之间的关系, 怎样与猜想公式建立联系?

3. 得到余弦线后, 它等于哪些线段的和?

4. 如何用线段分别表示  $\sin \beta$  和  $\cos \beta$ ?

5. 将得到的结果与猜想公式联系起来, 你有什么发现?

结合公式的雏形, 通过问题引导学生进一步体会数与形的完美结合, 进而达到对公式生成的深刻理解, 进而完成公式的证明过程。

### (2) 小组的任务: (活动3)

如图2由于这里涉及有  $\alpha-\beta$  这个角的余弦问题, 想到数量积的夹角公式可用, 于是从向量的数量积的角度去证明公式:

$$\cos(\alpha-\beta)=\cos \alpha \cos \beta+\sin \alpha \sin \beta$$

可以做如下引导:

1. 如何作出角  $\alpha, \beta, \alpha-\beta$ ?

2. 设角  $\alpha, \beta$  的终边与单位圆的交点分别为A、B, 则A、B的坐标是什么?

3. 向量  $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$  的坐标又是什么?

4.  $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$  的数量积用定义如何计算? 怎样与猜想公式建立联系?

5.  $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$  的数量积用坐标运算的表达式是怎样的? 你有什么发现?

## 二、公式的初步应用

在公式的初步应用上, 笔者努力引进时代的活水, 精心组织学生喜闻乐见的“闯关”游戏, 激发学生智力兴奋点, 体验解题过程高潮迭起、悬疑频现、一波三折、情趣盎然。

(活动5: 结合班级特点, 可以采取加分制来鼓励各小组的积极性。)

第一关: 求值:  $\cos 15^\circ$

第二关: 求值:  $\cos 23^\circ \cos 68^\circ + \sin 23^\circ \sin 68^\circ =$  \_\_\_\_\_

第三关:  $\cos(\theta+21^\circ) \cos(\theta-39^\circ) + \sin(\theta+21^\circ) \sin(\theta-39^\circ) =$  \_\_\_\_\_

第四关: 求值:  $\sin 75^\circ \sin 45^\circ - \cos 75^\circ \cos 135^\circ =$  \_\_\_\_\_

第五关: 利用两角差的余弦公式, 求值:  $\frac{1}{2} \cos 75^\circ - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 75^\circ =$  \_\_\_\_\_

通过闯关游戏, 给学生创造适宜环境, 激发学生兴趣, 进

(下转第40页)

长信箱”，“校长接待日”等渠道收集学生信息，但往往形同虚设，学校与学生之间的沟通不及时，不健全。学生和学校的沟通不畅通，学生的建议或不满得不到及时发现与解决，最后可能会导致学生在网络宣泄个人情绪，如果不能及时发现、及时反馈与引导会演变成网络舆情危机。

3. 缺乏专职的舆情管理部门。为应对复杂的网络舆情管理工作，国家出台了一系列相关制度，成立了网络新闻宣传管理局，舆情信息局，国家网络安全委员会等部门。而民办高职院校受限于自身的人、财、物，基本没有设立专职的舆情工作部门和岗位。由于民办高职院校舆情管控工作涉及对外媒体沟通、网络技术支持、学生事务管理等方面，而在危机事件网络舆情管控的实际工作中却因主管部门权责分工不明确，缺乏明确的职责分工，造成权责边界不清。一旦危机事件发生，学校被推上网络舆情的风口浪尖，最后往往会把工作安排给辅导员处理。辅导员作为学生工作的最底层，很难从原有的学生工作事务中抽身专注处理解决网络舆情问题，加上辅导员自身舆情管理能力不足与职权有限等问题，遇到不能解决的问题需要层层反馈，往往不能快速有效解决问题。再者，与公办本科院校辅导员相比，大多数民办高职院校辅导员经验不足，综合能力较弱，网络舆情工作的实际效果与理想差距甚远，危机事件舆情管理结果差强人意。

#### 四、自媒体时代民办高职院校危机事件网络舆情的应对策略

1. 提高网络舆情管理工作的重视程度。民办高职院校由于自身的局限性，在师资和生源上都与公办高校存在较大差距，这往往会加大民办高职院校危机事件中的舆情管理的难度，这就要求民办高职院校要有足够的危机管理意识与完善的危机管理机制。自媒体时代，一旦校园危机事件发生必定会快速让学校成为社会公众关注的焦点，如何在危机中有效管控网络舆情，在网络舆情中占领主导地位，关乎民办高职院校的整体发展，一旦处理不好可能会让公众对学校失去信心，影响学校的招生与未来发展，更有甚者可能会影响社会的安全稳定。

2. 建立完善的舆情管理体制。危机事件网络舆情管理体制需要从组织形式和管理手段、方法两方面建立。民办高职院校危机事件网络舆情的发生与缺乏常态化的组织机构以及舆情管理的力度和效度不够有很大的关系。因此，建立完善的舆情管理组织机构在危机事件舆情管理中非常重要。民办高职院校应当结合自身实际情况，建立完善的舆情日常监控与引导机制，保障技术装备的配置，加大网络舆情研究的投入，建立综合素

质过硬的教育团队，形成统一领导、分工明确、相互配合、协同作战的长效舆情管理机制，保障网络舆情管理工作长期有效开展。在管理手段和方法上要保证具备有效的事前的网络舆情危机预警机制和事中网络舆情监控与引导。

3. 设立专职的网络舆情管理部门。为了防止日常的网络舆情监测缺位以及在网络舆情危机发生时各部门之间互相推诿或分工不明确导致学校陷入网络舆情危机，各民办高职院校需要建立专职的网络舆情管理部门和岗位。受限于自身的人、财、力等因素，民办高职院校可通过在原有的新媒体中心、网络信息中心以及学生管理工作办公室等各部门挑选适合的人员组成素质过硬的学校舆情管理部门。通过建立专职的网络舆情管理部门，防止日常的舆情监测缺位，及时发现危机信号，迅速准确地进行网络舆情的引导与控制，防止爆发大规模的网络舆情危机。

4. 加强学生教育，提升学生网民素养。理性的学生网民是学校舆情有效管理的基础和条件，民办高职院校学生素质总体较低，需要民办高职院校针对学生的特点进行教育与培养。可以从学生的思想政治教育和意识形态引导着手，引导学生树立正确的世界观、人生观、价值观。增强学生独立思考和辨别真伪的能力，引导学生不信谣、不传谣，培养学生成熟、平和的心态，不发表过激言论，做社会正能量的传播者。多方引导与教育使学生自觉抵制网络上的不良信息，共同营造天朗气清的网络环境，在舆情危机发生时能正确看待网络舆情，以健康积极的心态面对生活和学习，以正确的行动为民办高职院校的和谐稳定发展助力，为维护社会安全稳定贡献力量。

#### 参考文献

- [1] 陈力丹. 新闻理论十讲[M]. 上海: 复旦大学出版社, 2010: 7, 303
  - [2] 李良荣. 新闻学概论[M]. 上海: 复旦大学出版社, 2001: 49
  - [3] 陈力丹. 舆论学: 舆论导向研究[M]. 北京: 中国广播电视出版社, 1966: 11
  - [4] [5] 李超民, 何宛怿. 网络舆情与网络舆论的内涵阐释、演化机理及应对方法[J]. 晋阳学刊, 2018(2)
  - [6] 杨延圣, 左蒙. 微语境下大学生网络舆情的演变特征[J]. 浙江工业大学学报(社会科学版), 2016(4): 423-427
- 作者简介:  
苏碧玲, 女, 汉, 广东广州, 公共管理硕士, 广州城建职业学院, 助教, 研究方向: 学生管理。

(上接第318页)

而巩固公式。通过公式的正用、逆用、变用，深化对公式的理解。

G·波利亚曾说：“在你证明一个数学定理之前，你必须猜想到这个定理；在你搞清证明细节之前，你必须猜想出证明的主导思想。”

高斯所说：“一个人在无结果地深思一个真理后能够用迂回的方法证明它，并且最后找到了它的最简而又最自然的证法，那是极其令人高兴的。假如别人和我一样深刻和持续地思考数学真理，他会作出同样的发现。”

总之，在数学课堂教学中，要重视对数学概念、定理的理

解与应用；重视知识的形成过程；重视数学思想方法的渗透；更要引领、指导学生带着自己原有的知识、经验走进学习活动，主动建构、理解数学概念，获取数学方法，获得探究数学的体验，使学生在过程中体会数学的兴趣、领悟数学的思想、感悟数学的本质。从而达到增强学生学好数学的自信心，提高学生分析问题、解决问题的能力，进而优化课堂、提高课堂教学的有效性。

#### 参考文献

- [1] 胡贵平. 巧用正弦平方差公式解题[J]. 数理化学习(高中版). 2020(01)