

参数方程解决高中数学圆锥曲线问题的应用探索

魏同花

(新疆维吾尔自治区喀什地区第二中学 新疆 喀什 844000)

[摘要]目前,我国的教育在不断改革完善,高中阶段数学方面的圆锥曲线习题是高中阶段数学方面较难的部分,也是高考中的重点内容和常考习题,但根据往年的考试数据显示,大多数的学生都会在这个部分失分,随着时代的发展,教育的深入改革,使得教师们懂得了应用参数方程进行相关问题的解答,用参数方程来解答圆锥曲线习题,不仅大大降低了解答的难度,还有效整合了学生现有的数学知识体系,大大调动起了学生在数学方面学习的积极性,因此,本文重点以参数方程解决高中数学圆锥曲线问题的应用,展开相关探索。

[关键词]高中数学;圆锥曲线;教学方法;解题技巧

[DOI] 10.12252/j.issn.2096-6261.2021.05.732

引言

圆锥曲线定义中,通过椭圆定义、双曲线定义、圆锥曲线上的点与两个焦点之间的关系进行解题。在解题的过程中,需要对上述三者有个清晰的认识,树立等价转换思想,加强数形结合的建设,由点到面,促进教学层次的深化,从而提升学生在圆锥曲线参数方程上的理解,进而为有效解决数学难题提供重要支撑。

1 圆锥曲线参数方程求解椭圆方程

高中数学学习效率的提高,仅仅靠刷题是不行的,需要根据学生自身的特点以及学习能力来计划做题任务。做题的过程中,要根据学生对基础知识的掌握程度,不断的提高题目的难度,这样能够形成一个系统的数学学习体系。因此,高中数学学习的过程中,不要只重视对知识点的背诵,还需要注意对于创新思维的锻炼,这样才能够从容应对不同的题型。只有这样,学生在解题的过程中才能够想到使用不同的解题方法,从而提高数学学习的效率。使用圆锥曲线参数方程求解椭圆方程的过程中,会涉及数形结合的思想。如果学生只会使用标准方程解题的方式,就无法深入了解不同变量之间的关系。如果能够圆锥曲线参数方程引入到其中,就能够明确未知变量之间的关系,能够有效的结合图形和代数,进而将复杂的方程变为简答的求解问题。

2 创新性思维:利用圆锥曲线方程解决高中数学题中常见的最值问题

传统的数学学习方式是通过广泛地做题,不断进行数学题型的训练,从而获得学习成绩的提升。目前,针对学生学习特点与学习进度,通过设计典型习题,注重培养创新思维,从而举一反三,快速提升学生对于数理认识,加强对数学的感知能力,使数学成绩得到提升。后者更加注重人性化,以学生为中心,避免数学题练习的低质量与低学习效率。例1:椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 椭圆一个内接四边形ABCD,其各边与坐标轴平行,求此四边形的最大面积与最大周长。由题目可以进行推断,将思路不要仅仅限于局部,启用创新性思维,不断与其他知识展开联想,打开解题的突破口。解析:根据题目可以假设A($a \cos \theta$, $b \sin \theta$),通过对四边形的观察,可以得到其四边与坐标轴分布保持平行,推断四边形ABCD为矩形,其面积可以表示为 $S = 4(a \cos \theta \times b \sin \theta) = 2ab \sin 2\theta$ 。当S表示为最大值, $\sin 2\theta$ 为最大值,其值为1;当 $\sin 2\theta = 1$ 时, $S = 2ab$, 四边形ABCD的周长可以表示为 $L = 4(b \sin \theta + a \cos \theta) = 4(a^2 + b^2)^{1/2} \sin(\theta + \beta) \cdot \sin \beta = a \div (a^2 + b^2)^{1/2}, \cos \beta = b \div (a^2 + b^2)^{1/2}$, 当 $\sin(\theta + \beta)$ 为最大值时,四边形的周长为最大, $\sin(\theta + \beta)$ 值为1, $L_{MAX} = 4(a^2 + b^2)^{1/2}$ 。

3 引进参数方程知识,进行三角代换

教学大纲对圆锥曲线参数方程知识的要求是达到理解的程

度即可,然而,众所周知,圆锥曲线的题目解题过程复杂,计算困难,在实际的教学过程中,如果教师能适时引入参数方程的知识,恰当地引导学生利用参数方程解题,不仅可以开阔学生的视野,拓展学生的解题思路,还能起到简化运算的效用。

【例3】已知椭圆 $x^2/36 + y^2/25 = 1$, 求该椭圆内接矩形的面积的最大值。分析:看到最值两个字,我们可以很容易地联想到三角函数,因为三角函数是有界的,无形中给我们求最值带来了便利,进而联想到应用参数方程的知识,进行三角代换。解:设椭圆 $x^2/36 + y^2/25 = 1$ 的内接矩形在第一、二、三、四象限内的顶点分别为A、B、C、D, 线段AB与y轴的交点为E, 线段AD与x轴的焦点为F。根据椭圆的参数方程,设A的坐标为($6 \cos \alpha$, $5 \sin \alpha$), 其中 α 的取值范围为 $0 < \alpha < \pi/2$ 。设内接矩形的面积为S, 于是 $S = 4 |AE| |AF| = 4 * 6 \cos \alpha * 5 \sin \alpha = 2 * 6 * 5 * \sin 2\alpha \leq 60$ 当且仅当 $\alpha = \pi/4$, 等式成立,此时 α 存在。因此面积S的最大值为60。看到这道题,很多学生知道要设出坐标求解,于是他们不假思索地把坐标设为(x , y), 结果发现越向下计算就越困难,逐渐失去耐性。其实,只要换个角度,将坐标设为参数方程的形式,就可以直接利用三角函数的有界性,迅速得到最终答案。

结语

综上所述,数学源于生活,最后也要应用于生活,虽然数学作为三大基础性学科之一,在应试教育中有着十分重要的作用,但学习数学的最终目的是为了人们能够更好地生活,让生活变得更有智慧,因此教师也要进行参数方程解决实际问题的教学,帮助学生们掌握圆锥曲线参数方程的基础知识,针对典型的例题联系,在联系基础知识的过程中掌握具体解题方法。以此提升学生在生活中解决实际问题的能力,数学的学习还是需要用于生活的,很多学生认为参数方程学习格外困难。利用参数方程解决圆锥曲线问题和生活也没有联系,通过本文所列举的例题,再加上有效方法的引导,就能够帮助学生掌握有效的思路来解决此类问题。

参考文献

- [1] 郭慧玲. 参数方程解决圆锥曲线问题的应用[J]. 考试周刊, 2019(28): 90.
- [2] 郑春森. 新时期高中数学圆锥曲线教学实践探析[J]. 新课程(下), 2018(09): 63.
- [3] 任润花. 圆锥曲线定义在高中数学解题中的应用[J]. 高中数理化, 2017(06): 12.
- [4] 王振平, 宋洪英. 促进学生数学运算素养提升的课堂教学改进研究——以“直线与圆锥曲线的综合问题”为例[J]. 中小学课堂教学研究, 2018(01): 16-21.
- [5] 刘静. 从高考题谈直线参数方程在圆锥曲线中的运用[J]. 数学学习与研究, 2017(23): 139.